

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

სადოქტორო საგანმანათლებლო პროგრამა ფიზიკა
მოდული - „პლაზმის ფიზიკა“

გრიგოლ ფერაძე

**კოლექტიური პროცესები და თერმოდინამიკა
დამაგნიტებულ კვანტურ პლაზმასა და ფერმის ნეიტრალურ სითხეებში**

**ფიზიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად წარმოდგენილი
დისერტაცია**

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

ნოდარ ცინცაძე – ფიზ. მათ. მეცნ. დოქტორი, ზსმფ-ის ფიზიკის
დეპარტამენტის პროფესორი, პლაზმის ფიზიკის კათედრის გამგე,
საქართველოს მეცნ. აკადემიის აკადემიკოსი;

ნანა შათაშვილი - ფიზ. მათ. მეცნ. დოქტორი, ზსმფ-ის ფიზიკის
დეპარტამენტის პროფესორი, ასტროფიზიკის კათედრის გამგე

თბილისი
2021 წელი

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

Faculty of Exact and Natural Sciences

Doctoral Program: Physics

Module – „Plasma Physics“

Grigol Peradze

**Collective Processes and Thermodynamics in the
Magnetized Quantum Plasmas and Neutral Fermi Liquids**

The thesis work is performed to obtain an academic degree “PhD in Physics”

Scientific Supervisors:

Nodar Tsintsadze - PhD in Physics and Mathematics,

Professor, Department of Physics, FENS, Chair of Plasma Physics;

Academician, Georgian Science Academy;

Nana Shatashvili - PhD in Physics and Mathematics,

Professor, Department of Physics, FENS, Chair of Astrophysics

Tbilisi

2021 Year

სარჩევი	
აბსტრაქტი.....	II
Abstract.....	IV
1. შესავალი.....	1
1.1. კვანტური პლაზმა	4
1.2. სოლიტონური ტალღები.....	8
1.3. ელექტრონების ემისია მეტალებიდან.....	13
2. სოლიტონები ნორმალურ ფერმი სითხეში.....	20
3. ფერმი სისტემები გარეშე მაგნიტურ ველში	32
3.1. ლანდაუ-კელის განაწილება	32
3.1.1. ლანდაუ-კელის განაწილების თერმოდინამიკა	34
3.1.2. ვეიბელის არამდგრადობა	37
3.2. კელის განაწილების ფუნქცია.....	43
3.2.1. კელის განაწილების თერმოდინამიკა	45
3.2.2. წნევის პარალელური და მართობული კომპონენტები	49
3.2.3. ელექტრონების სითხის კუმშვადობა	50
3.2.4. მაგნიტური ძაფების ტალღები	50
3.3. რიჩარდსონის ეფექტი	53
3.3.1. რიჩარდსონის ეფექტი ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის	54
3.3.2. რიჩარდსონის ეფექტი კელის განაწილებისათვის.....	57
3.4. ჰალვაჩის ეფექტი	61
3.4.1. ჰალვაჩის ეფექტი ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის	62
3.4.2. ჰალვაჩის ეფექტი კელის განაწილებისათვის.....	64
4. ნაშრომში მიღებული ძირითადი შედეგები.....	67
5. დასკვნა.....	68
სადოქტორო ნაშრომის ფარგლებში გამოქვეყნებული სტატიები:	71
ბიბლიოგრაფია.....	72

აბსტრაქტი

ნაშრომში შესწავლილია კოლექტიური პროცესები ნეიტრალურ კვანტურ ფერმი-სითხესა და დამაგნიტებულ კვანტურ პლაზმაში. თითქმის იდეალური, ნეიტრალური, კვანტური ფერმი სითხისათვის შევისწავლეთ სოლიტონური და პერიოდული ტალღური ამონახსნები მარტივი ტალღების შემთხვევისათვის. ფერმი-სითხის მცირედ არაიდეალურობისათვის გავითვალისწინეთ ნაწილაკებს შორის მხოლოდ წყვილური ურთიერთქმედება. ურთიერთქმედების სახედ ავიღეთ გალიცკის მიერ შემფოთების თეორიაში მიღებული ენერჯის გამოსახულება. დისპერსიული თანაფარდობის მისაღებად გამოვიყენეთ ნოდარ ცინცაძის და ლევან ცინცაძის მიერ შემუშავებული ახალი კვანტური კინეტიკური განტოლება [Tsintsadze, N. L., and L. N. Tsintsadze. **EPL (Europhysics Letters)** 88, no. 3 (2009): 35001]. კინეტიკური განტოლებისა და ენერჯის გამოსახულების გამოყენებით აღვადგინეთ ჰიდროდინამიკური განტოლებები და მარტივი ტალღებისათვის მივიღეთ კორტევეგ-დე ვრიზის ტიპის განტოლება. განტოლების შესწავლისას აღმოჩნდა, რომ ასეთ ფერმი-სითხეში შესაძლოა გავრცელდეს გაუხშობელი პერიოდული და განმხოლოებული (სოლიტონური) ტალღები. ორივე ტიპის ამონახსნისათვის გამოვიკვლიეთ თუ როგორ ცვლის ნაწილაკებს შორის წყვილური ურთიერთქმედების მახასიათებლები ტალღური ამონახსნების ფორმასა და სიჩქარეს.

დამაგნიტებული კვანტური პლაზმისათვის განვიხილეთ კოლექტიური პროცესები როგორც გადაგვარებული, ასევე გადაუგვარებელი გარემოებისათვის. ძლიერი მაგნიტური ველის გავლენით ნაწილაკების განაწილების ფუნქცია ხდება ანიზოტროპული. ნაშრომში განხილულია ორი ასეთი ანიზოტროპული განაწილების ფუნქცია: ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქცია არაგადაგვარებული, და კელის განაწილების ფუნქცია - გადაგვარებული კვანტური პლაზმისათვის.

ორივე განაწილებისათვის შევისწავლეთ თერმოდინამიკული სიდიდეები ძლიერ, გარეშე მაგნიტურ ველში და გამოვიკვლიეთ გარეშე მაგნიტური ველის გავლენა პლაზმის სხვადასხვა ასპექტებზე. ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის მივიღეთ სითბოტევადობის

და ადიაბატური განტოლებები მაგნიტური ველის არსებობისას. აღმოჩნდა, რომ სითბოტევადობის გამოსახულება შემოსაზღვრულია ორივე მხრიდან. ასევე, ადიაბატის განტოლებას აქვს იგივე მათემატიკური სახე, რაც მაქსველის განაწილების შემთხვევაში, როდესაც მასში შეტანილია მაგნიტური ველის ენერგია. კელის განაწილების ფუნქციისათვის გამოვიყვანეთ სითბოტევადობის გამოსახულება ფერმის ენერგიის ტოლი და მასზე ძლიერი მაგნიტური ველების შემთხვევებისას. მიღებული სითბოტევადობა პროპორციულია მაგნიტური ველის და უკუპროპორციულია ტემპერატურის, რის გამოც მას შეგვიძლია ვუწოდოთ ანომალური. კელის განაწილებისათვის ასევე გამოვითვალეთ წნევის გასწვრივი და განივი მდგენელები. აღმოჩნდა რომ განივი ნაწილი არ ხდება ნულის ტოლი მიუხედავად მაგნიტური ველის სიდიდისა, რაც ნიშნავს, რომ სამგანზომილებიანი სისტემა მუდმივად რჩება სამგანზომილებიანი ძლიერ მაგნიტურ ველშიც. ასევე, დაბალი სიხშირის ელექტრომაგნიტური ტალღების შესწავლისას მივიღეთ ახალი დისპერსიული თანაფარდობა ტალღებისათვის, რომელიც ვრცელდება მაგნიტური ველის გასწვრივ. ასეთ ტალღებს შეიძლება ვუწოდოთ მაგნიტური ძაფების ტალღები.

მაგნიტური ველის მიერ შემოტანილი ანიზოტროპია იწვევს არაგადაგვარებული ფერმი პლაზმის არამდგრადობას. ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის მივიღეთ ვეიბელის არამდგრადობის ზრდის ტემპის ახალი გამოსახულება.

ორივე განაწილებისათვის განვიხილეთ ელექტრონების თერმული ემისია (რიჩარდსონის ეფექტი) გარეშე მაგნიტურ ველში მოთავსებული მეტალებიდან და ასევე მეტალების მოკლე ტალღის მქონე ფოტონების დასხივებისას (ჰალვაჩის ეფექტი). გამოვითვალეთ ელექტრონების ნაკადი მაგნიტური ველის მეტალის ზედაპირის გასწვრივი და მართობული კონფიგურაციებისათვის. შედეგად აღმოჩნდა, რომ გარეშე მაგნიტური ველი მნიშვნელოვნად აძლიერებს რიჩარდსონის და ჰალვაჩის ეფექტს და ეხმარება ელექტრონებს დატოვონ მეტალი როგორც ლანდაუ-კელის, ასევე კელის განაწილების ფუნქციის შემთხვევაშიც.

Abstract

In this work, we studied the collective processes in neutral quantum Fermi liquids and magnetized quantum plasmas. For an almost ideal, neutral, quantum Fermi liquid we have investigated solitary and periodic wave solutions for simple waves. For the slight non-ideality of the Fermi liquid, we considered only pair interactions between the particles. As an interaction, we used energy expression derived by V.M. Galitski in the ordinary perturbation theory. To obtain the dispersion relation, we used a new quantum kinetic equation developed by Nodar Tsintsadze and Levan Tsintsadze [Tsintsadze, N. L., and L. N. Tsintsadze. **EPL (Europhysics Letters)** 88, no. 3 (2009): 35001]. Using kinetic equations and energy expression, we reconstructed the hydrodynamic equations and obtained the Korteweg-de Vries (KdV) type equation for simple waves. We found that the rarefaction periodic and solitary waves can propagate in such a Fermi liquid. For both types of solutions, we investigated how the characteristics of pairwise interactions between particles change the shape and velocity of wave solution.

For magnetized plasmas, we discuss collective processes for degenerate and non-degenerate cases. It is well known that in the strong magnetic field the distribution function becomes anisotropic. In this work, we present two types of anisotropic distribution functions: Landau-Kelly distribution for non-degenerate, and Kelly distribution for degenerate quantum plasmas. For both distributions, we studied the thermodynamic properties of quantum plasma in the strong, external, uniform, and constant magnetic field. For the Landau-Kelly distribution function, we derived specific heat and adiabatic equations. It was found, that specific heat is bounded from both sides and the adiabatic equation is similar to the adiabatic equation for the Maxwell distribution function when we incorporate magnetic field energy.

For the Kelly distribution function, we derived specific heat equations for magnetic field energies equal and bigger than Fermi energy. Specific heat is proportional to the magnetic field and is inversely proportional to the temperature. Such relation can be called anomalous. For Kelly's distribution, the parallel and perpendicular components of pressure and compressibility were also obtained. We showed that the perpendicular component of the pressure never becomes zero and

the three-dimensional system always stays three-dimensional, even for the very strong magnetic field. Investigation of low-frequency electromagnetic waves in the case of Kelly's distribution gave a new dispersion relation for waves propagating across the magnetic field, which we can call "the magnetic string waves".

Anisotropy in the momentum space can cause instability of Fermi plasma. We investigated Weibel instabilities in non-degenerate Fermi plasma and obtained a new growth rate.

For the both distributions, we discussed thermal electron emissions (Richardson Effect) from metals when metal is in a strong, external magnetic field or illuminated with short-wavelength photons (Hallwachs Effect). Investigation of current density expression for Richardson and Hallwachs effect showed a strong increase of current in the strong, external magnetic field both for Landau-Kelly and Kelly distribution functions.

1. შესავალი

პლაზმა იონიზებული გარემოა, რომელშიც ელექტრომაგნიტური ეფექტები დომინირებენ ნაწილაკებს შორის დაჯახებებს. ის მიიჩნევა ერთერთ აგრეგატულ მდგომარეობად თხევად, მყარ და აირად მდგომარეობებთან ერთად და ის ყველაზე მეტად გავრცელებული გარემოა სამყაროში.

სამყაროში არსებულ პლაზმებში ხშირად დადებითი და უარყოფითი მუხტების ჯამი დაახლოებით ნულის ტოლია, ამ შემთხვევაში ვამბობთ რომ პლაზმა არის კვაზინეიტრალური. იმ შემთხვევაში, თუ ჯამური მუხტი ნულისაგან საგრძნობლად განსხვავდება პლაზმა აღარაა კვაზინეიტრალური და მას ვუწოდებთ არანეიტრალურ პლაზმას. ასეთ პლაზმაში შეიძლება იყოს ელექტრონების და იონების ძლიერი დაუბალანსებლობა, ან საერთოდ შედგებოდეს მხოლოდ ერთი ტიპის დამუხტული ნაწილაკებისაგან (მაგალითად ელექტრონების ნაკადი). ასეთ პლაზმაში ელექტრული ველის გავლენა ძალიან დიდია და როგორც წესი მუხტის სიმკვრივე მცირე. პლაზმაში მოთავსებული დამუხტული ნაწილაკები არ არიან ბმული, თუმცა მათ მაინც ვერ განვიხილავთ როგორც თავისუფალ ნაწილაკებს, რადგან დამუხტული ნაწილაკები ქმნიან ელექტრულ და მაგნიტურ ველს, რითაც გავლენას ახდენენ სხვა ნაწილაკებზე და ასევე განიცდიან სხვა ნაწილაკების გავლენასაც. ეს მიგვანიშნებს იმაზე, რომ პლაზმაში დომინირებს კოლექტიური პროცესები.

გარემოს პლაზმურ მდგომარეობად მისაჩნევად უნდა დაკმაყოფილდეს რამდენიმე ფაქტორი:

პლაზმის მიახლოება შეგვიძლია გამოვიყენოთ მაშინ, როდესაც პლაზმის პარამეტრი Λ , რომლიც გამოხატავს დეზაის რადიუსის შიგნით დამუხტული ნაწილაკების რაოდენობას, საკმარისად დიდია იმისათვის, რომ მოახდინოს დეზაის სფეროს გარედან მოქმედი ველების ეკრანირება. დეზაის რადიუსის ფორმულაა:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B / e^2}{n_e / T_e - \sum_j z_j^2 n_j / T_j}}$$

სადაც λ_D დეზაის სიგრძეა, ϵ_0 ვაკუუმის დიელექტრიკული შეღწევადობა, k_B ბოლცმანის მუდმივა, e ელექტრონის მუხტი, T_e და T_j ელექტრონის და იონების ტემპერატურაა, n_e ელექტრონების სიმკვრივე, n_j კი j ტიპის იონების სიმკვრივეა, რომელთა მუხტი არის $z_j e$.

იმ შემთხვევაში თუ იონებს განვიხილავთ უძრავად მიმდინარე პროცესების დროით მასშტაბში, დეზაის სიგრძე განისაზღვრება მხოლოდ ელექტრონების მახასიათებლებით:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}$$

გარემოს პლაზმად მისაჩვენად დეზაის ეკრანირების სიგრძე უნდა იყოს მცირე პლაზმის ფიზიკურ ზომებთან შედარებით. ეს აუცილებელია იმისათვის, რომ კიდურა ეფექტების გავლენა გარემოზე იყოს უმნიშვნელო. ასევე პლაზმის სიხშირე ω_{pe} უნდა იყოს დიდი ნაწილაკების ელექტრო ნეიტრალურ შეჯახების სიხშირეზე (აქ იგულისხმება დაუმუხტავ ნაწილაკებთან შეჯახების სიხშირე). როდესაც ეს პირობა სრულდება, ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედება დომინირებს ჩვეულებრივი გაზის კინეტიკაზე.

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m^* \epsilon_0}}$$

პლაზმის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პარამეტრია მისი ტემპერატურა. იონიზაციის შესანარჩუნებლად, როგორც წესი მაღალი ტემპერატურაა საჭირო. პლაზმის იონიზაციის ხარისხი განისაზღვრება ელექტრონების ტემპერატურის და იონიზაციის ენერჯის ფარდობით და მოიცემა საჰას განტოლებით (Saha ionization equation). დაბალ ტემპერატურებზე იონები და ელექტრონები განიცდიან რეკომბინაციას და წარმოქმნიან ნეიტრალურ გაზს. იონიზაციის ხარისხი განისაზღვრება $\alpha = \frac{n_i}{n_i + n_n}$ პარამეტრით. აქ n_i და n_n იონების და ნეიტრალური ნაწილაკების სიმკვრივეა. ლეიმან სპიცერმა შემოიტანა სრულად იონიზებული პლაზმის განმარტება, თუმცა სრულად იონიზება არ ნიშნავს რომ

α მიისწრაფვის ერთისაკენ. სრულად იონიზებული ნიშნავს, რომ ელექტრონების და იონების დაჯახებების სიხშირე გაცილებით დიდია, ვიდრე ელექტრონებისა და ნეიტრალური ნაწილაკების. ასეთ დროს პლაზმაში დომინირებს კულონური დაჯახებები და ეს შესაძლებელია განხორციელდეს $\alpha = 0.01$ -ს დროსაც კი. მეორე მხრივ სუსტად იონიზებული გარემო ნიშნავს, რომ პლაზმაში კულონური ძალები ვერ დომინირებს.

ელექტრონების და იონების ტემპერატურების მიხედვით პლაზმა შეიძლება იყოს თერმული (ცხელი) ან არათერმული (იგივე ცივი პლაზმა). პლაზმა მიიჩნევა თერმულად, თუ ელექტრონები და იონები სითბურ წონასწორობაშია და შესაბამისად მათი ტემპერატურები ტოლია $T_e = T_n$. ცივ პლაზმაში კი უმეტესად იონები გაცილებით ცივია ვიდრე ელექტრონები $T_e \gg T_n$ (თუმცა შეიძლება პირიქითაც იყოს).

გარეშე მაგნიტურ ველში მოთავსებით პლაზმა შეგვიძლია გავხადოთ დამაგნიტებული. დამაგნიტებულობისათვის გვაქვს პირობა $\omega_{ce} > \nu_{coll}$. სადაც ω_{ce} ციკლოტრონული სიხშირეა, ხოლო ν_{coll} ელექტრონების დაჯახების სიხშირეა. მაგნიტურ ველში მოთავსებისას ძირითად შემთხვევებში ელექტრონები დამაგნიტებულია, ხოლო იონები დიდი მასის გამო - არა. დამაგნიტებული პლაზმა არის ანიზოტროპული, რაც ნიშნავს, რომ მაგნიტური ველის გასწვრივ და მაგნიტური ველის მართობულ სიბრტყეში პლაზმის პარამეტრები სხვადასხვა მნიშვნელობებს იღებს. ამან შესაძლოა გამოიწვიოს პლაზმის ფილამენტაცია. როგორც აღვნიშნეთ, ნაშრომში განხილული გვაქვს ვეიბელის არამდგრადობა, რომელიც გამოწვეულია მაგნიტური ველის მიერ შექმნილი ანიზოტროპიით.

პლაზმა ელექტრონების და იონების გარდა ასევე შეიძლება შეიქმნას სხვა მცირე ზომის დამუხტული ობიექტებისაგან. მაგალითად, მტვრიანი პლაზმა შედგება მცირე ზომის მტვრის დამუხტული ნაწილაკებისაგან (უმეტესად გვხვდება კოსმოსურ სივრცეში). ასეთი მტვრის ნაწილაკების მუხტი რამდენიმე რიგით შეიძლება აღემატებოდეს ელემენტარულ მუხტს და ისინი ძლიერად ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან. ნაწილაკების ზომის გაზრდით შეგვიძლია მივიღოთ ე.წ. მარცვლოვანი პლაზმა.

პლაზმის მათემატიკურად აღსაწერად ძირითადად გამოიყენება ჰიდროდინამიკური ან კინეტიკური მოდელები. ჰიდროდინამიკური მოდელები წარმატებით გამოიყენება როდესაც გვაქვს ე.წ. დაჯახებული პლაზმა. ჰიდროდინამიკაში ასევე შეგვიძლია ცალ-ცალკე გავითვალისწინოთ იონების და ელექტრონების წვლილი და გამოვიყენოთ ორი სითხის მოდელი. მეორეს მხრივ კინეტიკური მოდელი იძლევა საშუალებას აღვწეროთ დაუჯახებელი პლაზმა და ვლასოვის კინეტიკური განტოლების გამოყენებით ნაწილაკების და ელექტრომაგნიტური ველების ურთიერთქმედება შევისწავლოთ.

1.1. კვანტური პლაზმა

კვანტური პლაზმის შესწავლის მიმართ ინტერესის გაზრდა გამოწვეულია მისი გამოყენების დიდი პოტენციალით თანამედროვე, მოწინავე ტექნოლოგიებში, [Lindsay 2010], მაგ., როგორებიცაა: მეტალური და ნახევარგამტარული ნანო სტრუქტურები, მეტალური კლასტერები, თხელი ფირები, სპინტრონიკები, ნანო მილაკები, კვანტური წერტილები, ნანო-პლაზმური მოწყობილობები, კვანტური ელექტრონული ლაზერები და ა.შ.

როგორც ვიცით ფერმის ზედაპირის ფორმა გადაგვარებული ფერმი გაზისათვის გვამღევს ინფორმაციას პლაზმის ფიზიკურ მახასიათებლებზე. როდესაც პლაზმის შემადგენელი ნაწილაკებისათვის იმპულსის განაწილების ფუნქცია იზოტროპულია, მაშინ ფერმის ზედაპირს სფერული ფორმა აქვს. მრავალი კვლევა მოიძებნება, რომელიც აღწერს როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი სხვადასხვა სახის ელექტროსტატიკური და ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელების პარამეტრებს იზოტროპული ფერმი ზედაპირისათვის [Goldman 1947, Klimontovich and Silin 1952, Bohm and Pines 1953, Shukla et al. 2010], ისევე როგორც ნეიტრალური He^3 -სათვის.

ასევე არსებობს კონკრეტული შემთხვევები, როდესაც ფერმი-ზედაპირის ფორმა აღარაა სფერული. ეს შესაძლებელია მოხდეს დაუჯახებელ ფერმი-გაზშიც [Lifshitz and Peshanskii 1960, Lifshitz and Pitaevskii 2013, Landau et al. 1981, Shoenberg 2009]. აღსანიშნავია, რომ

გარეშე მაგნიტური ველის არსებობა სისტემაში აჩენს გამორჩეულ მიმართულებას, შესაბამისად იმპულსის პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტები აღარ იქნება ერთმანეთის ტოლი. დეტალური შესწავლისას ჩანს, რომ ეს იწვევს ფერმი ზედაპირის დაგრძელებას ან მთლიანად ცილინდრად გადაქცევას, საკმარისად ძლიერი მაგნიტური ველისათვის [Shoenberg 2009, Landau et al. 1981].

როგორც აღვნიშნეთ მაგნიტური ველის არსებობა იწვევს სისტემაში გამორჩეული მიმართულების შემოტანას. ასეთი ანიზოტროპული განაწილების დროს სისტემა შეიძლება გახდეს არამდგრადი ვეიბელის არამდგრადობის მიმართ. სტატიებში [Shoenberg 2009, Landau et al. 1981] განხილულია თერმული ელექტრონების იმპულსის არაიზოტროპული განაწილებით გამოწვეული კვანტური ვეიბელის არამდგრადობა, რის გამოც ხდება მაგნიტური ველის გენერაცია.

ნოდარ და ლევან ცინცაძეებმა შეიმუშავეს ახალი ტიპის კვანტური კინეტიკური განტოლებები ფერმი ნაწილაკებისათვის [Tsintsadze and Tsintsadze 2009, Tsintsadze and Tsintsadze 1987] და მათი გამოყენებით მიიღეს კვანტური პლაზმის აღმწერი ჰიდროდინამიკური განტოლებები. ელექტროსტატიკური რხევების დისპერსიული მახასიათებლები ასეთ პლაზმაში შესწავლილ იქნა მოგვიანებით. ამ კვლევებზე დაყრდნობით შესწავლილი იქნა კვანტურ პლაზმაში წრფივი და არაწრფივი იონურ-ბგერითი ტალღები, ასევე სოლიტონური სტრუქტურები იონურ-ბგერითი ტალღებისათვის [Eliasson and Shukla 2010, Tsintsadze and Tsintsadze 2011, Tsintsadze and Tsintsadze 2010, Rasheed et al. 2010, Shah et al. 2011].

კვანტურ პლაზმაში გასწვრივი ელექტრული ტალღების შესწავლა ლანდაუს დაკვანტვის ეფექტის გამოყენებით განხილულია სტატიაში [Tsintsadze 2010]. გასწვრივი ტალღებისათვის აღმოჩნდა ახალი შტო, რომელსაც არ აქვს ანალოგი ლანდაუს დაკვანტვის ეფექტის გარეშე. ჩაჭერის ეფექტი გადაგვარებულ კვანტური პლაზმაში ლანდაუს დაკვანტვის ეფექტის გამოყენებით განხილულია [Tsintsadze et al. 2015] სტატიაში.

აღსანიშნავია, რომ კვანტური პლაზმის თერმოდინამიკის შესწავლა საინტერესოა მისი მნიშვნელოვანი როლის გამო ასტროფიზიკაში [Shapiro and Teukolsky 2008, Canuto et al. 1968, Chiu et al. 1968, Canuto and Chiu 1971, Haensel and Yakovlev 2007, Landstreet 1967, Lipunov 1987, Bisnovatyi-Kogan 1970] და მან ბოლო ხანებში მნიშვნელოვანი პროგრესი განიცადა.

ძლიერი მაგნიტური ველის გავლენა გარემოს თერმოდინამიკულ სიდიდეებზე მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ისეთი ძლიერი მაგნიტური ველის მქონე ობიექტებისათვის, როგორებიცაა: ზეახალი ვარსკვლავები, ნეიტრონული ვარსკვლავები, ასევე მზის კონვექციური ზონა, სამყაროს განვითარების ადრეული, ვარსკვლავებამდელი პერიოდისათვის. მრავალი ახალი მოვლენა ჩნდება ფერმი გაზში მაგნიტური ველის ჩართვით. მაგალითისათვის იცვლება ფერმის ზედაპირის ფორმა და თერმოდინამიკა ([De Haas and Van Alphen 1930] და [Shubnikov and Haas 1930] ეფექტები). ცოტა ხნის წინათ შეთავაზებულ იქნა ადიაბატური მაგნეტიზაციის პროცესის გამოყენება ელექტრონების ფერმი-გაზისათვის, ულტრა დაბალ ტემპერატურებამდე გაცივებისთვის [Tsintsadze and Tsintsadze 2014].

უნდა აღინიშნოს რომ დიამაგნიტური ეფექტი მთლიანად კვანტური ბუნებისაა და კლასიკური ელექტრონების გაზისათვის ის არ ჩანს, რადგან მაგნიტური ველი მოქმედებს ელექტრონებზე ლორენცის ძალით $\frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H}$, რომელიც მოძრაობის \mathbf{v} მიმართულების პერპენდიკულარულია და შესაბამისად ის ვერ ასრულებს მუშაობას ნაწილაკზე, სადაც e ელექტრონის მუხტია და c სინათლის სიჩქარე. შესაბამისად მისი ენერგია არაა დამოკიდებული მაგნიტური ველის სიდიდეზე. თუმცა, როგორც ლანდაუმ აჩვენა, კვანტურ მექანიკაში მდგომარეობა მთლიანად იცვლება. მუდმივი მაგნიტური ველის შემთხვევაში, მაგნიტური ველის მოქმედებით ნაწილაკი იწყებს $\mathbf{H}_0(0,0,H_0)$ მაგნიტური ველის მართობულ სიბრტყეში წრიულ ორბიტაზე ბრუნვას, შესაბამისად ელექტრონის მოძრაობა შეიძლება დაიყოს ორ ნაწილად: პირველი არის მაგნიტური ველის გასწვრივ, რომლისთვისაც ენერგიის გასწვრივი კომპონენტი არ არის დაკვანტული $E_{\parallel} = p_{\parallel}^2/2m_e$, და მეორე ველის \mathbf{H}_0 მართობულ სიბრტყეში ბრუნვა (განივი ნაწილი), რომელიც იკვანტება

[Landau et al. 1981, Landau and Lifshitz 2013]. არარელატივისტურ შემთხვევაში ელექტრონის ენერგია მაგნიტურ ველში, თუ არ განვიხილავთ სპინს, გამოისახება შემდეგნაირად:

$$E(p_{\parallel}, l) = p_{\parallel}^2/2m_e + \hbar w_{ce}(l + 1/2)$$

სადაც m_e ელექტრონის უძრაობის მასაა და $w_{ce} = \frac{|e|H_0}{m_e c}$ ელექტრონის ციკლოტრონული სიხშირე და \hbar არის პლანკის მუდმივა გაყოფილი 2π -ზე.

თუ ნაწილაკს გააჩნია სპინი, მისი შინაგანი მაგნიტური მომენტი უშუალოდ ურთიერთქმედებს მაგნიტურ ველთან. ენერგიის სწორი გამოსახულების მისაღებად მას უნდა დავუმატოთ μ მაგნიტურ მომენტთან ასოცირებული ენერგიის დამატებით წევრი: μH_0 , სადაც H_0 გარეშე მაგნიტური ველია. შესაბამისად ელექტრონის ენერგიის დონეები $\varepsilon_e^{l,\delta}$ არარელატივისტურ შემთხვევაში განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$\varepsilon_e^{l,\delta} = \frac{p_{\parallel}^2}{2m_e} + (2l + 1 + \delta)\mu_B , \quad (1)$$

სადაც l არის ორბიტალური კვანტური რიცხვი ($l = 0, 1, 2, 3, \dots$), δ არის ოპერატორი, რომელიც სპინის ორიენტაციას განსაზღვრავს. სპინის მნიშვნელობაა: $\mathbf{s} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\delta}$ ($\delta = \pm 1$) და $\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m_e c}$ არის ბორის მაგნეტონი.

(1) ფორმულიდან ჩანს, რომ ელექტრონის ენერგიის სპექტრი შედგება ლანდაუს ნულოვანი დონისაგან: $l = 0, \delta = -1$ და გადაგვარებული დონეების წყვილებისაგან საწინააღმდეგო პოლარიზაციით $\delta = 1$. ასე რომ ყოველი მნიშვნელობა $l \neq 0$ გვაქვს ორჯერ და $l = 0$ ერთხელ. ასევე არარელატივისტურ ზღვარში $\varepsilon_e^{l,\delta}$ შეიძლება გადავწეროთ როგორც:

$$\varepsilon_e^{l,\delta} = \varepsilon_e^l = \frac{p_{\parallel}^2}{2m_e} + \hbar w_{ce} l . \quad (2)$$

1.2. სოლიტონური ტალღები

ნაშრომში შესწავლილია თითქმის იდეალურ, ნეიტრალურ ფერმი სითხეში სოლიტონური ტალღების გავრცელება. ვიწრო გაგებით სოლიტონური ტალღის განმარტება შეგვიძლია შემდეგნაირად: განმხოლოებული ტალღა, რომელიც ვრცელდება გარემოში სტაბილურად, მისი პროფილის გაგანიერების ან გაციცაბობის გარეშე. ცხადია სოლიტონური ტალღების განმარტება განზოგადდა მსგავსი მოვლენების მრავალგან აღმოჩენის შედეგად და ამჟამად სოლიტონური ტალღებს უმეტესად მოიხსენიებენ თემის აღსანიშნავად და არამხოლოდ განმხოლოებული ტალღების ფენომენის.

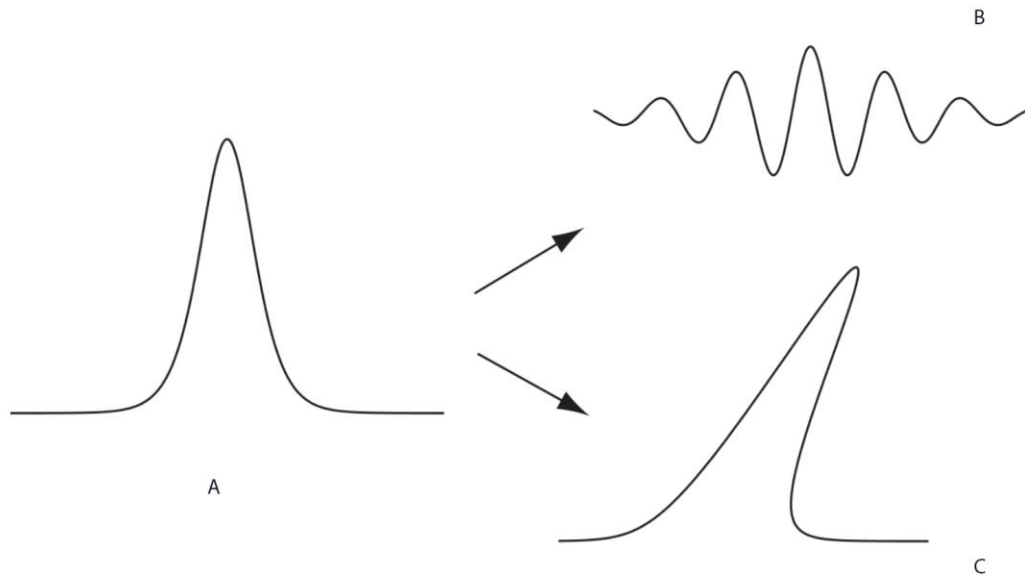
ნახ.1A-ზე მოცემული ფორმა სქემატურად გამოსახავს ყველაზე მარტივ სოლიტონურ ამონახსნს. ასეთ ამონახსნს ეძახიან ზარის სოლიტონს (bell soliton).

სოლიტონური ტალღების წარმოქმნისათვის ერთ-ერთი აუცილებელი პირობა ტალღების დისპერსიულობაა. მოცემულ გარემოში ტალღები დისპერსიულია, თუ ტალღის გავრცელების სიჩქარე c დამოკიდებულია ტალღის λ სიგრძეზე. სოლიტონური ფორმის მიღება ცხადია შესაძლებელია მრავალი სხვადასხვა ტალღის სიგრძის ჰარმონიული ტალღის აჯამვით, თუმცა დისპერსიის გამო ასეთი ზარის ფორმა სწრაფად დაიწყებს დეგრადირებას მუდმივად გაგანიერებად და დადაბლებას მცირე ტალღებად, როგორც ნაჩვენებია **ნახ.1B** -ზე. ზარის ფორმაში შემავალ ჰარმონიულ ტალღებს სხვადასხვა ამპლიტუდა და სიჩქარე გააჩნია, რის გამოც ნელი ტალღები უფრო და უფრო მეტად ჩამორჩება სწრაფ ტალღებს. ეს პროცესი კი გაგრძელდება უსასრულოდ თუ რაიმე სხვა მექანიზმი არ ჩაერთვება.

ერთ-ერთი ასეთი მექანიზმი შესაძლოა იყოს გარემოს არაწრფივობა, რომელიც იწვევს ტალღის გადაბრუნებას. მაგალითისათვის, იმ შემთხვევაში, თუ სითხის მაკროსკოპული სიჩქარე სიმკვრივის გაზრდით იზრდება (სოლიტონის სიმაღლის მიხედვით), თავდაპირველი ზარის ფორმის ამონახსნი ნელ ნელა გადაიხრება, რადგან სწრაფად მოძრავი (მაღალი სიმკვრივის) წვერო გადაასწრებს ტალღის ძირში ნელა მოძრავ

(შედარებით დაბალი სიმკვრივის) სითხეს. ნახ.1C-ზე მარცხენა კუდი დაგრძელდება, ხოლო მარჯვენა მხარეს ტალღის ფრონტი გახდება ციცაბო.

სოლიტონური ამონახსნების დროს არაწრფივი ეფექტებით გამოწვეული გაციცაბოება და დისპერსიული ეფექტები ერთმანეთს ზუსტად აბალანსებს, რის შედეგადაც ზარის ფორმის სოლიტონურ ამონახსნს შეუძლია გავრცელდეს ფორმის შეუცვლელად.



ნახ.1 ზარის ფორმის ტალღა დისპერსიის გავლენით დაიშლება შემადგენელ ჰარმონიულ ტალღებად, არაწრფივობის გამო კი მისი პროფილი გახდება ციცაბო. სოლიტონურ ამონახსნში დისპერსია და არაწრფივული ეფექტები ერთმანეთს აბალანსებს და ზარის ფორმის სოლიტონი ვრცელდება პროფილის შეუცვლელად. *A* - ზარის ფორმის სოლიტონური ამონახსნი; *B* - დისპერსიული დაშლა; *C* - არაწრფივი გაციცაბოება

სოლიტონური ტალღები პირველად აღმოაჩინა საზღვაო არქიტექტორმა რასელმა (John Scott Russell), 1834 წელს, როდესაც ის არხში ნავების მოძრაობას აკვირდებოდა. ერთ-ერთი ნავი წყალქვეშა დაბრკოლებასთან შეჯახების შედეგად მეყსეულად გაჩერდა და მის მიერ წარმოქმნილი ტალღები (bow waves) მილევის ნაცვლად ნახევარი მეტრის სიმაღლის განმხოლოებულ ტალღად გარდაიქმნა, რომელიც მოძრაობდა არხის მიმართულებით. რასელი ცხენზე ამხედრებული რამდენიმე კილომეტრის მანძილზე გაჰყვა ამ ტალღას.

მოგვიანებით რასელმა თავადაც შეძლო მიეღო სოლიტონური ტალღა წყლის ვიწრო ავზში კუბის ფორმის სხეულის ჩაგდებით.

40 წლის შემდეგ რელიემ (Rayleigh) და ბუსინესკმა (Boussinesq) აჩვენეს, რომ ასეთი ტალღებისათვის ამონახსნი შეიძლება ჩაიწეროს

$$A(x, t) = B^2 \operatorname{coth}^{-2}(B[x - ct]), \quad (3)$$

სადაც c ფაზური სიჩქარე პროპორციულია B^2 -ის. ამასთანავე B დადებითი პარამეტრია, რომელიც ერთდროულად აკონტროლებს სოლიტონური ამონახსნის ამპლიტუდას, სიგანეს და სიჩქარეს.

1895 წელს კორტევეგ-დე ვრიზის (Korteweg-de Vries) მიერ გამოქვეყნდა სტატია, სადაც მათემატიკურად აღწერილ იქნა რასელის წყლის ავზის ექსპერიმენტი და ნაჩვენებ იქნა, რომ წყლის ზედაპირის ამაღლება პროპორციულია $A(x, t)$ -ს, რომელიც შემდგომში ცნობილი გახდა როგორც კორტევეგ-დე ვრიზის (KdV) განტოლების ამონახსნი:

$$A_t + c_0 A_x + \mu A_{xxx} + \nu A A_x = 0, \quad (4)$$

სადაც ინდექსები გამოსახავს მოცემული ცვლადებით კერძო წარმოებულებს. რასელის ექსპერიმენტისათვის კოეფიციენტები დამოკიდებული იყო ავზის სიგანეზე, სიღრმეზე და გრავიტაციულ მუდმივაზე.

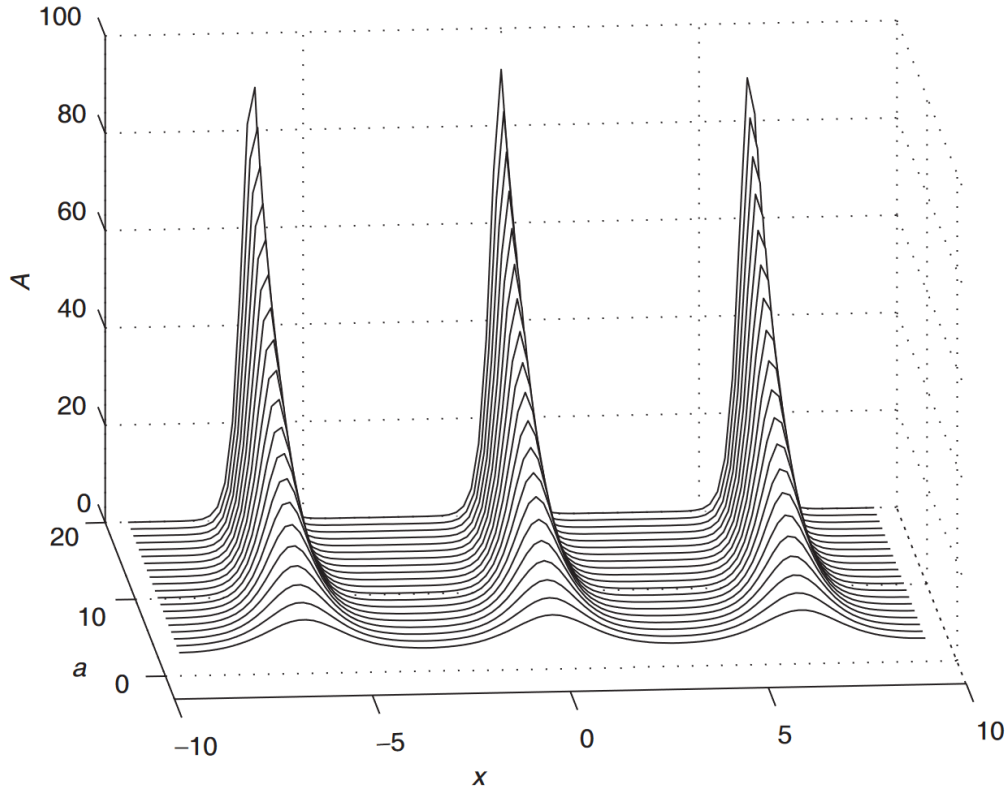
დღეისათვის უკვე კარგად ცნობილია, რომ სოლიტონური ტალღები შესაძლოა მივიღოთ ფიზიკის მრავალ დარგში სუსტად არაწრფივ გარემოში გრძელი ტალღებისათვის და ეს მხოლოდ წყლის ტალღებს არ აღწერს. ზაბუსკიმ (Zabusky) და კრუსკალმა (Kruskal) 1965 წელს რიცხვითი სიმულაციების გამოყენებით აჩვენეს, რომ თავდაპირველი დიდი ამპლიტუდის სინუსური ტალღა შესაძლოა დაიშალოს სოლიტონური ტალღების წყებად, რომლებიც ერთმანეთთან ურთიერთქმედებენ ელასტიკურად (შეჯახებების შედეგად არ კარგავდნენ ენერგიას), ისევე როგორც ნაწილაკები. ავტორებმა ამ თვისების გამო მათ მიერ

მიღებულ განმხოლოებულ ტალღებს დაარქვეს სახელი სოლიტონი, რომელიც დღესაც გამოიყენება განმხოლოებული ტალღის აღსანიშნავად.

KdV განტოლების ზოგად ამონახსნს აქვს ორი ნაწილი: სასრული რაოდენობის სოლიტონური ტალღები და დისპერსიული ტალღების მატარებელი (Wave train). გარდა იმ შემთხვევისა, როდესაც საწყისი სიმაღლე უარყოფითია, მინიმუმ ერთი სოლიტონური ტალღის გენერაცია აუცილებლად ხდება. ეს სამართლიანია ძლიერად „არასოლიტონური“ საწყისი პირობების არსებობის დროსაც, მაგალითად როგორც არის ნაგების მიერ შექმნილი ტალღები არხში. ეს ტალღები განიცდიან დისპერსიის და არაწრფივი ეფექტების მოქმედებას და ყოველთვის მოიძებნება სოლიტონების წარმოქმნისათვის საჭირო ბალანსი ამ ორ მოვლენას შორის, მიუხედავად იმისა თუ როგორ ძლიერად დაუბალანსებელი შეიძლება იყოს საწყისი პირობები.

განმხოლოებული ტალღები KdV განტოლების მხოლოდ ერთ-ერთი კერძო ამონახსნია. კორტევეგ-დე ვრიზის მიერ ნაჩვენებ იქნა, რომ განტოლებას აქვს ზუსტი ანალიზური ამონახსნი და ის მოიცემა ელიპტიკური იაკობის ფუნქციებით (cn) და ამ ტალღურ ამონახსნს ეწოდება cnoidal ტალღები. ამონახსნი არის პერიოდული და მცირე ამპლიტუდებისათვის ის გადაიქცევა ჩვეულებრივ ჰარმონიულ, კოსინუსით აღწერად ტალღებად, ხოლო დიდი ამპლიტუდებისათვის კი ამონახსნის ფორმა ხდება $\coth^{-2}(x)$, რომელიც აღწერს ზარის ფორმის მქონე სოლიტონურ ტალღას (ნახ.2).

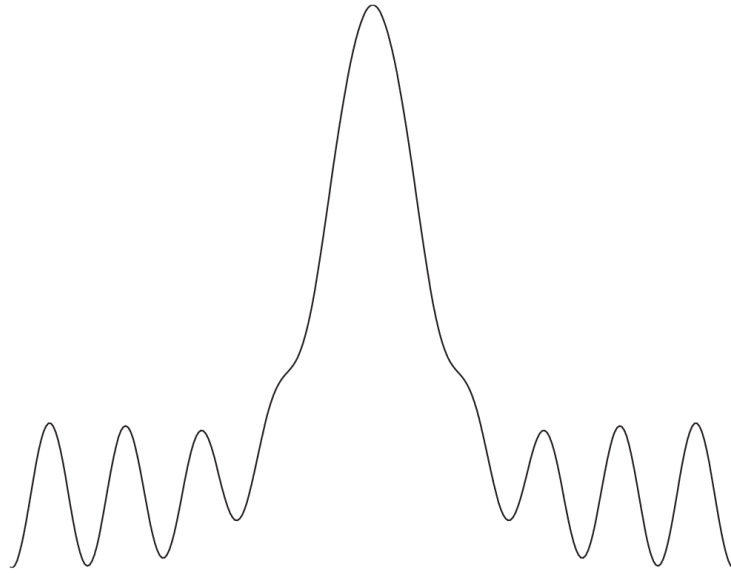
თუ გარემოში არსებობს სოლიტონური სტრუქტურის c ფაზური სიჩქარის ტოლი ფაზური სიჩქარის ძალიან მცირე ამპლიტუდის ტალღები, რაღაც ტალღური რიცხვით k , მაშინ სოლიტონური ტალღა ცენტრიდან დიდი მანძილებზეც არ მიიღვეს ზუსტად ნულოვან ამპლიტუდაზე. ის კუდების ადგილას შექმნის ასეთ ტალღებს. უმეტეს შემთხვევაში ასეთი ტალღების ამპლიტუდა ექსპონენციალურად მცირეა და სოლიტონური ამონახსნი ძლიერ ჰგავს ზარის ფორმის ამონახსნს.



ნახ.2: cnoidal ტალღები; ნახაზზე მოცემულია KdV განტოლების ამონახსნი $A(x,t)$ -ს დამოკიდებულება ამპლიტუდაზე (a) დროის ფიქსირებულ მომენტში.

ასეთ სტრუქტურას უწოდებენ სუსტად არალოკალურ სოლიტონურ ტალღას. რასელის მიერ აღმოჩენილი წყლის სოლიტონური ტალღები, ბუნებით სუსტად არალოკალურია. სოლიტონური ტალღა ქმნის კაპილარულ ტალღებს, თუმცა იმდენად მცირე ამპლიტუდით, რომ რასელი თავისი ექსპერიმენტების მსვლელობისას მას ვერ დააკვირდებოდა.

სტანდარტული KdV განტოლება ბოლო პერიოდში აქტიური კვლევის საგანია. ცივ კვარკ-გლუონურ პლაზმაში სოლიტონური ამონახსნები შესწავლილია [Fogaca et al. 2011] ნაშრომში. [Mo et al. 2013] პირველად დააკვირდნენ ექსპერიმენტულად სოლიტონური ტალღების მატარებლების წარმოქმნას ინტენსიური ელექტრონების კონების გამოყენებით. მტვრიან პლაზმაში (dusty plasma) კი სოლიტონური ამონახსნები შესწავლილია შრომებში [Bandyopadhyay et al. 2008, Rao et al. 1990, Sharma et al. 2014].



ნახ.3: *სუსტად არალოკალური სოლიტონი; სოლიტონის ცენტრალურ ნაწილს ისევ ზარის ფორმა აქვს, თუმცა ნულოვან ამპლიტუდაზე მიღევის ნაცვლად კიდევში ის წარმოქმნის სინუსოიდალურ ტალღებს - „ფრთებს“.*

აღსანიშნავია, რომ ამ სადოქტორო ნაშრომში მოყვანილია თითქმის იდეალურ, ნეიტრალურ ფერმი სითხეში სოლიტონების ფორმირება ახალი კვანტური კინეტიკური განტოლების გამოყენებით. განხილულია ნაწილაკებს შორის წყვილური ურთიერთქმედების გავლენა ტალღური ამონახსნის პარამეტრებზე [Peradze and Tsintsadze 2019].

1.3. ელექტრონების ემისია მეტალებიდან

ნაშრომში ასევე შევისწავლით ელექტრონების ემისიას მეტალებიდან, გარეშე მაგნიტური ველის არსებობის დროს. ელექტრონების ემისია წარმოადგენს ერთერთ მთავარ მექანიზმს, რომელიც საშუალებას იძლევა განვითარდეს ისეთი მოწყობილობები, რომლებიც რევოლუციას ახდენენ თანამედროვე მეცნიერებასა და ტექნიკაში. დღეს მეცნიერება და ინდუსტრია ეყრდნობა ელექტრონების ემისიის მოწინავე მოწყობილობებს გამოსახულების (imaging), ელექტრონიკის, დეტექტირების და მაღალი

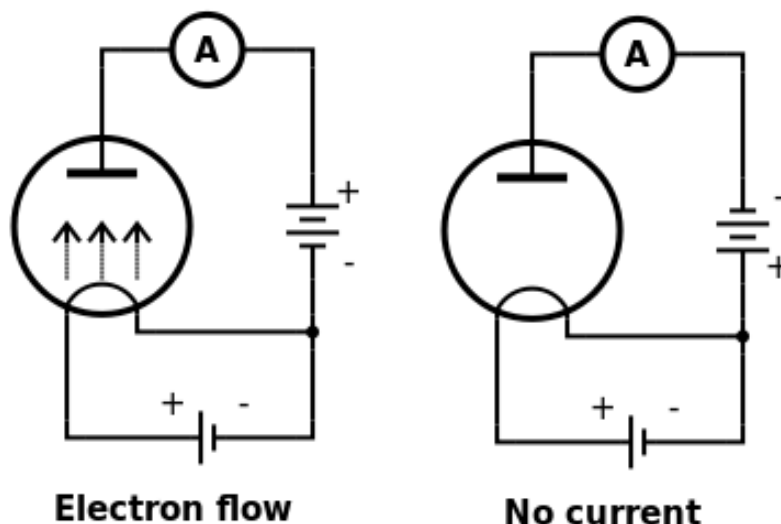
ენერჯის ფიზიკაში. ახალი, ინოვაციური მასალების შემუშავებით ემისიის მოწყობილობები მუდმივად იხვეწება. უკანასკნელი ტრენდები მიმართულია დაბალი გამოსვლის მუშაობის და ორგანოზომილებიანი მასალების კვლევისაკენ, რომელთაც აქვთ უჩვეულო ელექტრული და თერმული თვისებები.

ელექტრონების ემისიის ერთ-ერთი მარტივი მექანიზმი არის სითბური ელექტრონების ემისია, ანუ თერმიონული ემისია. თერმიონული ემისია არის მეტალის ზედაპირიდან ელექტრონების ამოფრქვევა სითბური ენერჯის ხარჯზე. მეტალის მაღალ ტემპერატურებამდე გაცხელებისას გამოსვლის მუშაობაზე მაღალი სითბური ენერჯის მქონე ელექტრონები ტოვებენ მეტალს. ეს ფენომენი პირველად 1853 წელს აღმოაჩინა ბეკერელმა (Edmond Becquerel). 1873 წელს ის თავიდან იქნა აღმოჩენილი გუტრიეს (Frederick Guthrie) მიერ. გავარვარებული დამუხტული რკინის სფეროს მუხტზე დაკვირვებისას მან აღმოაჩინა, რომ უარყოფითად დამუხტვისას რკინის სფერო განიმუხტებოდა ჰაერში, ხოლო დადებითად დამუხტვისას კი არა. ეს ეფექტი 1880 წელს ედისონმა (Thomas Edison) კიდევ ერთხელ “აღმოაჩინა”, როდესაც ის იკვლევდა ვაკუუმური ვარვარების ნათურის ძაფის არასიმეტრიული გაწყვეტის პრობლემას. მისმა კვლევებმა საფუძველი ჩაუყარა ფლემინგის მიერ ვაკუუმური მილაკის დიოდის შექმნას (ნახ: 4).

აქვე აღსანიშნავია, რომ ელექტრონი არ იყო აღმოჩენილი როგორც დამოუკიდებელი ნაწილაკი 1897 წლის ტომსონის ექსპერიმენტებამდე და სიტყვა ელექტრონი არ გამოიყენებოდა ამ მოვლენის შესწავლისას. ტომსონის აღმოჩენის შემდეგ რიჩარდსონმა დაიწყო ამ ფენომენის კვლევა. მან ექსპერიმენტულად შეისწავლა მოვლენა და დენის გამოსახულების აღსაწერად შემოიტანა შემდეგი ფორმულა:

$$J = AT^2 e^{-\frac{W}{K_B T}}$$

სადაც J ელექტრონების დენის გამოსახულებაა, A პროპორციულობის კოეფიციენტი, T აბსოლუტური ტემპერატურა, W გამოსვლის მუშაობა მეტალისთვის, K_B ბოლცმანის მუდმივა. მოგვიანებით მან ნობელის პრემია მიიღო ამ ფენომენის შესწავლისათვის.



ნახ.4: ედისონის ეფექტი მილაკურ დიოდში. დიოდის ტუბი შეერთებული ორი კონფიგურაციისათვის. აქედან მარჯვენა კონფიგურაციისათვის დიოდში დენი გადის, ხოლო მარჯვენა კონფიგურაციისას არა. ისრები გამოსახავს ელექტრონების მოძრაობის მიმართულებას.

თერმიონულ ემისიაზე დაფუძნებული ხელსაწყოები 21-ე საუკუნეშიც მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ. თუმცა მილაკურ დიოდებთან შედარებით დღევანდელი ხელსაწყოებისათვის მნიშვნელოვანია ელექტრონების ნაკადის დიდი სიმკვრივე და ელექტრონების ენერგიის ვიწრო განაწილება, ხელსაწყოების სისწრაფე და აღზნებების მაღალი ეფექტურობა. დღეისათვის თერმიონული გამომსხიველები გამოიყენება მაღალი სიხშირის ვაკუუმურ ტრანზისტორებში, ფოკუსირებული ელექტრონების ნაკადების (electron guns) მისაღებად, გამა გამოსხივების მისაღებად, ენერგიის გარდამქმნელად, მზის პანელების ეფექტურობის გასაზრდელად და ასევე ელექტრონიკის მრავალ სხვადასხვა ხელსაწყოებში.

მეოცე საუკუნის დასაწყისში ასევე გაჩნდა იდეა, რომ თერმიონული ემისია გამოყენებულიყო როგორც სითბური ენერგიის ელექტრულ ენერგიად გარდაქმნის პირდაპირი მექანიზმი [Hatsopoulos et al. 1973]. ამ მექანიზმს გააჩნია პრაქტიკული გამოყენება ბირთვულ ([Wolff et al. 1990]) და კოსმოსურ ინდუსტრიებში. ერთ-ერთი

ფაქტორი, რის გამოც თერმოიონულ ენერგიაზე დაფუძნებული ენერჯის გარდამქმნელები არ არის ფართოდ გავრცელებული არის მისი შედარებით დაბალი მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მ.ქ.კ.), რომელიც 10-15% ის ფარგლებშია. როგორც სითბური ძრავებისათვის, კარნოს ციკლის მიერ ცხადია შემოსაზღვრულია თერმოიონული გარდამქმნელის მაქსიმალური მ.ქ.კ., თუმცა თეორიული შეზღუდვა 80% ის ფარგლებშია. ასევე აღსანიშნავია, რომ ასეთი ტიპის სითბურ ძრავს არ აქვს მოძრავი ნაწილები. ერთ-ერთი პრობლემა ასეთი ძრავის განვითარებაში არის სივრცის დამუხტვის ეფექტი, რომლის დროსაც გამოსული ელექტრონები ქმნიან ელექტრულ ველს, რომელიც ზრდის პოტენციურ ბარიერს და ეწინააღმდეგება დამატებითი ელექტრონების ამოფრქვევას. ამ პრობლემის გადასაჭრელად სხვადასხვა მექანიზმები არის შემოთავაზებული, მათ შორისაა კათოდს და ანოდს შორის მანძილის შემცირება, დადებითი მუხტებით კომპენსაცია, ნეიტრალური მატარებლების გამოყენება და სხვა.

ფუნდამენტურად, თერმოიონული ემისია ეყრდნობა მასალის მაღალ ტემპერატურებამდე (უმეტესად მეტი ვიდრე 1200C) გაცხელებას, რის შედეგადაც ელექტრონების მცირე ნაწილს გაუჩნდება საკმარისი ენერგია გამოსვლის მუშაობის დასაძლევად. მასალის გამოსვლის მუშაობის შემცირებით შესაძლებელია უფრო დაბალ ტემპერატურული ხელსაწყოების დამზადება. თუმცა ასევე ვითარდება არასტანდარტული მიდგომები, მაგალითად როგორცაა სითბოს ჩამჭერი ნახშირბადის ნანოტუბების მასივი [Yaghoobi et al. 2011]. ასეთი მასივი სწრაფად ხურდება ისეთ მაღალ ტემპერატურებამდე, რომ ასეთი მასალებისათვის გამოსვლის მუშაობის შემცირება არ არის აუცილებელი. აღსანიშნავია, რომ მეტალების უმეტესობა მანამდე დნება, სანამ ტემპერატურული ენერგია შესადარი გახდება გამოსვლის მუშაობის.

ამასთანავე ერთგანზომილებიანი და ორგანზომილებიანი გამტარები საშუალებას იძლევიან უფრო ეფექტური და მცირე ფორმ-ფაქტორის მქონე ხელსაწყოების შემუშავების, რომელსაც აქვს პოტენციალი ჩაანაცვლოს მყარი ტანის ხელსაწყოები [Wand et al. 2019].

ფიქსირებულ ტემპერატურაზე ელექტრონების ემისიის გაზრდისათვის სხვადასხვა მექანიზმი გამოიყენება. ამ მექანიზმების ნაწილი გადასცემს ენერგიას უშუალოდ ელექტრონებს რითაც ზრდის მაღალი ენერგიის მქონე ელექტრონების რაოდენობას, ნაწილი კი ამცირებენ პოტენციური ბარიერის სიღრმეს და უფრო მეტ სითბურ ელექტრონს შეუძლია მეტალის დატოვება. ასეთი მეთოდებია: ფოტონებით გაძლიერებული თერმიონული ემისია (Photon-Enhanced Thermionic Emission (PETE)), გარეშე ელექტრული ველის მოდება (Schottky effect, Fowler–Nordheim (FN) tunneling), დასხივება ნაწილაკების ნაკადით და ა.შ.

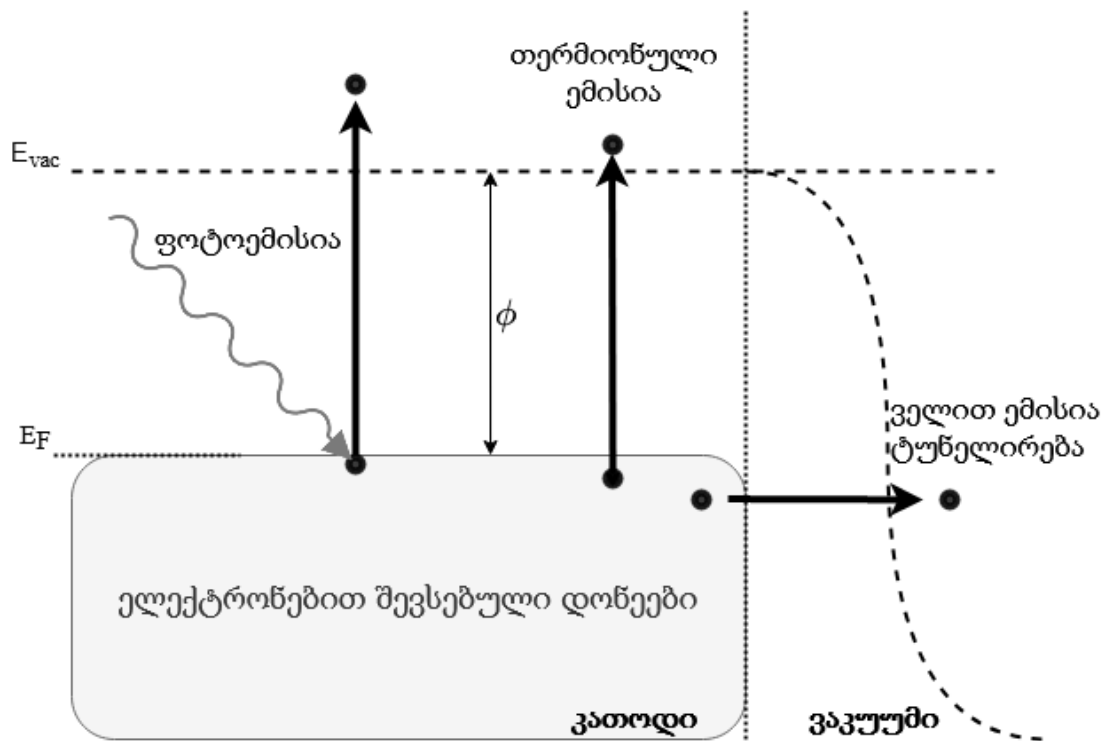
თერმიონული ემისია უმეტესად განხილულია, როგორც გამოსვლის მუშაობაზე მაღალი ენერგიის მქონე ელექტრონების მიერ მასალის ზედაპირის დატოვება, თუმცა გარეშე ელექტრული ველის მოდებით შეგვიძლია ეფექტურად შევამციროთ ბარიერის სიდიდე (Schottky effect) და ამასთანავე ელექტრონებს შეუძლიათ გამოსხივდნენ კვანტურ მექანიკური ტუნელირებით (thermally assisted tunneling). კვლევებში აჩვენეს, რომ ნაწილწანაზარდებმა შეიძლება გამოიწვიოს ბარიერის ეფექტური შემცირება და კვანტური ტუნელირებით ემისია.

დენის გამოსახულება ელექტრული ველით გაძლიერებული თერმიონული ემისიისათვის (Field Enhanced Thermionic Emission) მოიცემა ფორმულით:

$$J = AT^2 e^{-\frac{W-\Delta W}{K_B T}}$$

$$\Delta W = \sqrt{\frac{e^3 E}{4\pi\epsilon_0}}$$

სადაც J ელექტრონების დენის გამოსახულებაა, A პროპორციულობის კოეფიციენტი, T აბსოლუტური ტემპერატურა, W გამოსვლის მუშაობა მეტალისთვის, K_B ბოლცმანის მუდმივა, e ელექტრონის მუხტი, ϵ_0 ვაკუუმის დიელექტრიკული შეღწევადობა და E ელექტრული ველის სიდიდე. ფორმულიდან ჩანს, რომ ელექტრული ველის გავლენით გამოსვლის მუშაობა ეფექტურად მცირდება.



ნახ.5: ელექტრონების ემისიის სახეები. ნახაზზე გამოსახულია ელექტრონების ემისიის სხვადასხვა მექანიზმები. წერტილოვანი ხაზი გამოხატავს კათოდის და ვაკუუმის საზღვარს. წყვეტილი ხაზებით მოცემულია გამოსვლის ენერჯის მნიშვნელობა სხვადასხვა ტიპის ემისიისათვის. E_{vac} ვაკუუმის ენერგეტიკული დონეა, E_F ფერმის ენერჯია, ϕ კი გამოსვლის მუშაობა.

ეს ფორმულა სამართლიანია $10^8 Vm^{-1}$ -ზე მცირე ელექტრული ველებისათვის. ძლიერი ელექტრული ველებისათვის ტუნელირების დენი უკვე ხდება მნიშვნელოვანი და ამ არეში სრული დენის გამოსახულების მისაღებად შეგვიძლია გამოვიყენოთ Moorphy-Good-ის განტოლებები [Murphy and Good 1956].

ფოტონებით გაძლიერებული თერმიონული ემისია არის კომბინირებული ემისია, რადგან ის აერთიანებს ფოტონების შთანთქმას და თერმულ ემისიას. ეს ეფექტი იძლევა ემისიის მნიშვნელოვნად გაძლიერებას საშუალო ტემპერატურებისათვის (ტემპერატურებისათვის, რომელებისთვისაც მხოლოდ თერმიონული ემისია ეფექტურია) და აქტიურად გამოიყენება მზის ენერჯის თერმიონული გარდამქმნელების შესაქმნელად საშუალო ტემპერატურებისათვის (700 C).

ნაშრომში განვიხილავთ თერმიონული ემისიის გაძლიერებას კიდევ ერთ მეთოდს, მასალის გარეშე მაგნიტურ ველში მოთავსებისას. ეფექტი შესწავლილი გვაქვს როგორც გადაგვარებული, ასევე გადაუგვარებელი გარემოებისათვის. ასევე შესწავლილია PETE-ს გაძლიერება მაგნიტური ველის მოდებისას.

2. სოლიტონები ნორმალურ ფერმი სითხეში

საყოველთაოდ ცნობილია, რომ დაბალი ტემპერატურებისათვის 1 - 2 K მხოლოდ ორი კვანტური სითხე არსებობს ბუნებაში, ჰელიუმის იზოტოპები ^3He და ^4He , სხვა ყველა ნივთიერება მყარდება. ამის გამომწვევი მიზეზი არის სუსტი ურთიერთქმედება ჰელიუმის ატომებს შორის. ^3He -ის სითხე კვანტური, ნეიტრალური ფერმი სისტემაა ხოლო ^4He კი ბოზე. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ თითქმის იდეალური, ნეიტრალური ფერმი სითხე. სითხის სუსტად არაიდეალურობისათვის ვითვალისწინებთ მხოლოდ წყვილურ ურთიერთქმედებებს სითხის ნაწილაკებს შორის, რადგანაც სამმაგი შეჯახებები ენერჯიის გამოსახულებაში მხოლოდ მაღალი რიგის მცირე წევრებად შედიან. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ ურთიერთქმედება $U(\mathbf{r})$ არაა დამოკიდებული ნაწილაკების სპინზე. ნელი დაჯახებების ზღვრულ შემთხვევაში, ნაწილაკების გაბნევის ამპლიტუდა ხდება $a = \frac{mU_0}{4\pi\hbar^2}$ -ს ტოლი, სადაც m ნაწილაკის მასაა, $U_0 = \int U(\mathbf{r})d\mathbf{r}$ და \hbar - პლანკის მუდმივა.

შემფოთების თეორიის და დიაგრამების ტექნიკის გამოყენებით გალიცკიმ [Galitskii 1958] გამოითვალა კვაზინაწილაკების ენერჯიის სპექტრი თითქმის იდეალური ფერმი სითხისათვის და მიიღო ენერჯიის გამოსახულება, რომელიც შეიცავს მხოლოდ გაბნევის ამპლიტუდას:

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{2\pi\hbar^2 a n}{m}. \quad (5)$$

ეს ზღვარი შეესაბამება ნაწილაკების წყვილების s მდგომარეობას (ნაწილაკების სპინია 1/2).

ამ ნაწილში განვიხილავთ თითქმის იდეალური ფერმი-სითხეს ნაწილაკებს შორის განზიდვით ($a > 0$) და მიზიდვით ($a < 0$). ერთი შეხედვით, ნაშრომში მოყვანილი გამოთვლები სამართლიანია პარამეტრის როგორც დადებითი, ისევე უარყოფითი მნიშვნელობებისთვისაც, თუმცა აღსანიშნავია, რომ მიზიდვის შემთხვევაში სისტემის

ძირითადი მდგომარეობა, არამდგრადია. ამ არამდგრადობის ფიზიკური ბუნება გამოიხატება ნაწილაკების მიერ წყვილების, ბმული სისტემების, ფორმირების ტენდენციით p სივრცეში, რომლებიც ფერმი ზედაპირთან ახლოს იმყოფებიან და აქვთ ტოლი და საპირისპირო სპინი (კუპერის ეფექტი [Cooper 1956])

ჰიდროდინამიკური განტოლებების მისაღებად ვიყენებთ ახალ კვანტურ კინეტიკურ განტოლებას ფერმი ნაწილაკებისათვის [Tsintsadze and Tsintsadze 2009].

როგორც უკვე აღვნიშნეთ ეს განტოლება შეიცავს კვანტურ წევრს, რომელიც საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ კვანტური ეფექტების გავლენა სხვადასხვა ამონახსნებზე. ახალი კვანტური წევრი მოთავსებულია ვლასოვის კინეტიკური განტოლების ძალის გამოსახულებაში.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (6)$$

სადაც $\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\nabla \varepsilon + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \frac{1}{\sqrt{n}} \Delta \sqrt{n}$ ნეიტრალური ფერმი სითხისათვის.

შემოვიტანოთ გალიცკის ენერჯის გამოსახულება (5) ახალი კინეტიკური განტოლების [Tsintsadze and Tsintsadze 2009] ძალის წევრში:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f - \frac{2\pi\hbar^2 a}{m} \nabla n \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \frac{1}{\sqrt{n}} \Delta \sqrt{n} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (7)$$

სტანდარტული მეთოდების გამოყენებით ავაგოთ ჰიდროდინამიკის განტოლებები უკანასკნელი ფორმულიდან. მაკროსკოპული სიდიდეებისათვის მიღებულ უწყვეტობის და მოძრაობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla(N\mathbf{u}) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + \frac{\varepsilon_F}{m} \nabla (N)^{\frac{2}{3}} + \nabla \left(\frac{2\pi \hbar^2 a n_0}{m^2} N - \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{1}{\sqrt{N}} \Delta \sqrt{N} \right) = 0, \quad (9)$$

სადაც წნევისათვის გამოვიყენეთ თანაფარდობა: $P = \frac{1}{5} (2\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m} n^{5/3}$ და შესაბამისად $\frac{1}{nm} \nabla P = \frac{\varepsilon_F}{m} \nabla (n/n_0)^{\frac{2}{3}}$, $N = \frac{n}{n_0}$ ნორმალიზებული სიმკვრივეა, ხოლო u ფერმი სითხის მაკროსკოპული სიჩქარეა, რომელიც მოიცემა ფორმულით:

$$u = \frac{1}{n} \int \frac{2dp^3}{(2\pi\hbar)^3} \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t).$$

მოძრაობის განტოლების (9) ბოლო წევრი აღწერს დისპერსიულ ეფექტებს. თუ უგულვებელყოფთ დისპერსიულ წევრებს უწყვეტობის (8) და მოძრაობის (9) განტოლებებში, მაშინ ეს განტოლებები გადაიქცევა ეილერის განტოლებებად.

განვიხილოთ მცირე შემფოთებები მაკროსკოპული პარამეტრებისათვის: $u = \delta u$ და $N = 1 + \delta N$, სადაც δu და δN პროპორციულია $\exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$. გავაწრფივოთ მიღებული ჰიდროდინამიკური განტოლებები და ამოვიწეროთ დისპერსიული თანაფარდობა:

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi \hbar^2 a n_0}{m^2} + \frac{2\varepsilon_F}{3m} \right) k^2 + \frac{\hbar^2}{4m^2} k^4. \quad (10)$$

უკანასკნელი წევრი დისპერსიის გამოსახულებაში (10) მიღებულია დიფრაქციული (მადელუნგის) წევრით, შესაბამისად სრულიად კვანტური წევრია. შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მადელუნგის წევრი იწვევს ${}^3\text{He}$ -ში ბგერითი ტალღების დისპერსიულობას.

განვიხილოთ არაწრფივი, ერთ განზომილებაში განმრბენი ტალღები, ე.წ. მარტივი ტალღები. მარტივი ტალღებისათვის ცნობილია, რომ სიჩქარე u და სიმკვრივე N ერთიდაიგივე პარამეტრის $(x - ut)$ ფუნქციებია. მივიჩნით, რომ ნებისმიერი ამპლიტუდის მარტივი ტალღებისათვის, ტალღის აღმწერი ყველა პარამეტრი ამ სიდიდეების ფუნქციებით შეგვიძლია გამოვსახოთ. ანუ შეგვიძლია მივიჩნით, რომ

სიჩქარის და სიმკვრივის გამოსახულებებში მხოლოდ სიმკვრივე და სიჩქარე გვხვდება $u = u(N)$ და $N = N(u)$. ასეთ შემთხვევაში მოძრაობის (9) (დისპერსიული წევრების გარეშე) და უწყვეტობის (8) განტოლებებიდან, x ღერძის გასწვრივ მოძრავი მარტივი ტალღებისათვის გამომდინარეობს:

$$\frac{\partial u}{\partial N} = \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{2\pi\hbar^2 a n_0}{m^2} + \frac{2\varepsilon_F}{3mN^{1/3}} \right)}, \quad (11)$$

$$N = \left[\frac{1}{A} \left(\frac{uA}{2} + \left(A + \frac{v_F^2}{3} \right)^{3/2} \right)^{2/3} - \frac{v_F^2}{3A} \right]^3. \quad (12)$$

აქ $A = \frac{2\pi\hbar^2 a n_0}{m^2}$ და A სიდიდემ შეიძლება მიიღოს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი მნიშვნელობები, ისევე როგორც a პარამეტრმა. გამოსახულების მისაღებად ასევე გამოვიყენეთ პირობა, რომ როდესაც სიმკვრივე N შეუშფოთებელია და ნულოვანი სიმკვრივის ტოლია, მაშინ პლაზმის მაკროსკოპული სიჩქარე 0-ის ტოლია: $N = N_0 = 1$, $u = 0$. ანუ სიმკვრივის შეშფოთების გარეშე არ არსებობს სიჩქარის შეშფოთება.

სიმკვრივის გამოსახულების გამარტივების მიზნით გამოვიყენებთ ფაქტს, რომ $\frac{v_F^2}{3A} \gg 1$. ეს გამოსახულება ცხადად ჩანს ენერგიის გამოსახულებაში: (5). როგორც უკვე აღვნიშნეთ ენერგიის გამოსახულების მარჯვენა მხარეს ბოლო წევრი შეესაბამება წყვილური ურთიერთქმედებით შესწორებულ ენერგიას და იგი გაცილებით ნაკლებია ძირითად წევრზე. გამარტივებულ გამოსახულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$N = \left[1 + \frac{u}{\sqrt{3}v_F} \left(1 - \frac{3A}{2v_F^2} \right) \right]^3. \quad (13)$$

სიმკვრივის გამარტივებული გამოსახულებიდან ცხადად ჩანს, რომ როდესაც გვაქვს მიზიდვა ნაწილაკებს შორის, მაშინ პარამეტრი $A < 0$ -ზე და სიმკვრივე იზრდება. საპირისპირო შემთხვევისას, როდესაც ნაწილაკებს შორის განზიდვა გვაქვს, ანუ $A > 0$

სიმკვრივე მცირდება. ხოლო ზღვრულ შემთხვევაში, როდესაც A მიისწრაფის ნულისაკენ სიმკვრივის გამოსახულება იღებს ფორმას: $N = 1 + \frac{\sqrt{3}u}{v_F}$. ეს გამოსახულება ასევე შეგვეძლო მიგველო (11) ფორმულაში ფესვის შიგნით პირველი წევრის უგულვებელყოფით.

რადგანაც სიჩქარე u სიმკვრივის ფუნქციაა, ის განსხვავებულია ტალღის პროფილის სხვადასხვა წერტილში, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ პროფილი შეიცვლის სახეს დროის მიხედვით. განტოლება (11)-დან ცხადად ჩანს, რომ სიჩქარის სიმკვრივით წარმოებული დადებითია $du/dn > 0$, შესაბამისად ფერმი-სითხის სიჩქარე ტალღის პროფილის მოცემულ წერტილში იზრდება სიმკვრივის გაზრდასთან ერთად და მცირდება მისი შემცირებისას. ეს არის დარტყმითი ტალღების ფორმირების პირობა [Whitham 2011, Munson et al. 2013, Karpman 2016].

ერთ განზომილებიანი კორტევეგ-დე ვრიზის (KdV) განტოლების მისაღებად ენერჯის გამოსახულება (13) უნდა ჩავსვათ მოძრაობის განტოლებაში (9):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \left(u \left(\frac{4}{3} - \frac{A}{v_F^2} \right) + \frac{v_F}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}A}{2v_F} \right) - \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{4v_F m^2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (14)$$

გადავწეროთ მოძრაობის განტოლება (14) ახალი ცვლადებისათვის:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{v_F}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}A}{2v_F} \\ V &= u \left(\frac{4}{3} - \frac{A}{v_F^2} \right) \\ \xi &= x - U_0 t \\ \beta &= -\frac{\sqrt{3}\hbar^2}{4v_F m^2} \end{aligned} \quad (15)$$

შედეგად მივიღებთ KdV განტოლებას:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial \xi} + \beta \frac{\partial^3 V}{\partial \xi^3} = 0. \quad (16)$$

ჩვენ დაინტერესებულნი ვართ ტალღური ამონახსნებით, რომელთაც აქვს სტაციონარული პროფილი. ასეთი ტალღებისათვის სიჩქარე $V(t, \xi)$ დამოკიდებულია მხოლოდ ერთ პარამეტრზე, რომელიც შეგვიძლია შემდეგი სახით ჩავწეროთ ($\xi - V_0 t$). აქ V_0 რაღაც მუდმივაა, ხოლო ტალღების გავრცელების U სიჩქარისათვის კი გვექნება გამოსახულება

$$U = U_0 + V_0. \quad (17)$$

ჩვენს შემთხვევაში, β კოეფიციენტი KdV განტოლებაში (16) არის უარყოფითი. იმისათვის რომ ამოვხსნათ კორტევეგ-დე ვრიზის განტოლება ანალიზურად, საჭირო ცვლადების კიდევ ერთი გარდაქმნა:

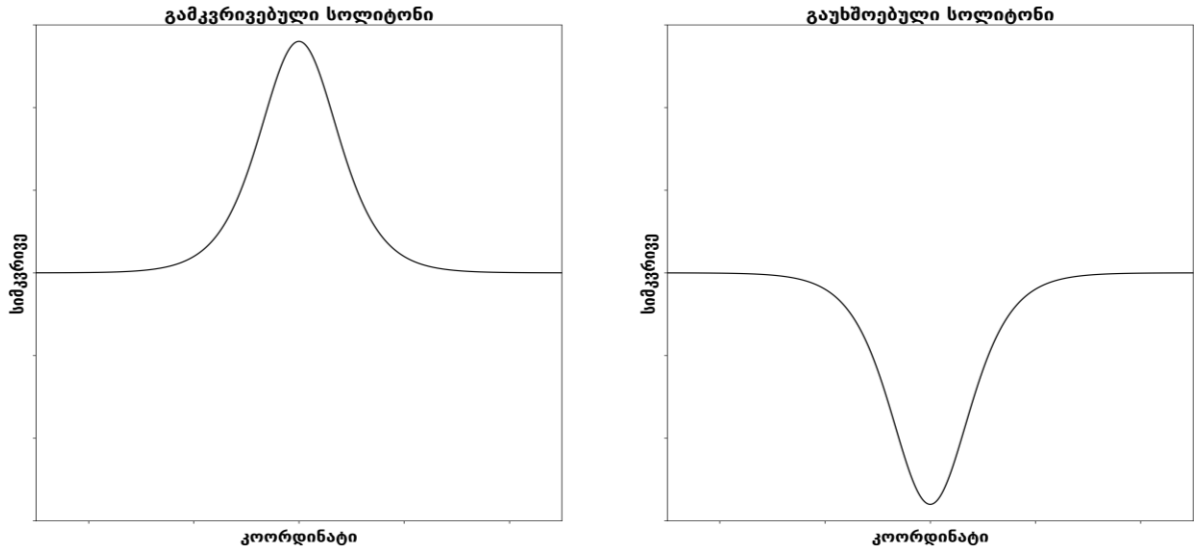
$$\begin{aligned} \xi &\rightarrow -\xi \\ V_0 &\rightarrow -V_0 \\ V &\rightarrow -V \end{aligned} \quad (18)$$

ასეთი გარდაქმნით გამოსახულება რჩება იდენტური, მხოლოდ იცვლება β -ს ნიშანი. ასეთი გარდაქმნები მათემატიკურ სახეს არ ცვლის ამოხსნისას, თუმცა ფიზიკურად დადებითი, ანუ გამკვირვებული ტალღური და სოლიტონური ამონახსნების ნაცვლად გვექნება უარყოფითი ანუ გაუხშობელი ამონახსნები (5). ასეთი ამონახსნებისათვის ტალღების გავრცელების სიჩქარე მცირეა U_0 -ზე.

მოვახდინოთ კიდევ ერთი გარდაქმნა: შევცვალოთ ξ პარამეტრი ახალი ცვლადით Z , KdV განტოლებაში (16). გავითვალისწინოთ, რომ: $Z = \xi - V_0 t$, $\frac{\partial Z}{\partial t} = -V_0$, $\frac{\partial Z}{\partial \xi} = 1$. აქ უკვე ცვლადები გვაქვს გარდაქმნილი (18) გარდაქმნის მიხედვით და $\beta > 0$. ამონახსნებში ცვლადებს ისევ გადავიყვანთ საწყის მნიშვნელობებზე.

Z -ზე გადასვლის შემდეგ მივიღებთ ახალ გამოსახულებას

$$-V_0 \frac{\partial V}{\partial Z} + V \frac{\partial V}{\partial Z} + \beta \frac{\partial^3 V}{\partial Z^3} = 0. \quad (19)$$



ნახ.6: გამკვრივებული და გაუხშობილი სოლიტონები

რომელიც ინვარიანტულია ცვლადების შემდეგი გარდაქმნის მიმართ:

$$V \rightarrow V + V_C, V_0 \rightarrow V_0 + V_C, \quad (20)$$

სადაც V_C ნებისმიერი მუდმივაა.

(20) განტოლების ორჯერ ინტეგრირებით მივიღებთ:

$$\beta \left(\frac{\partial V}{\partial Z} \right)^2 = -\frac{1}{3}(V - V_1)(V - V_2)(V - V_3), \quad (21)$$

სადაც V_1 , V_2 და V_3 ინტეგრირების მუდმივებია და დამოკიდებულია მხოლოდ შემფოთების საწყის პირობებზე. ამასთანავე ადვილად შესამჩნევია თუ როგორ უკავშირდება V_0 ინტეგრირების ახალ მუდმივებს: $V_0 = \frac{V_1+V_2+V_3}{3}$.

ამ ამოცანაში ჩვენი კვლევის საკითხი არის (21) განტოლების მხოლოდ შემოსაზღვრული ამონახსნების პოვნა, რადგან V სიჩქარის შეუზღუდავად გაზრდა წინააღმდეგობაშია მცირე არაწრფივობასთან. ეს თავის მხრივ ნიშნავს, რომ ყველა მუდმივები უნდა იყოს ნამდვილი. ზოგადობის შეუზღუდავად შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ $V_1 \geq V_2 \geq V_3$. ასევე ყველაზე მცირე წევრი ყოველთვის შეგვიძლია ავიღოთ 0-ის ტოლი, ინვარიანტული გარდაქმნის გამოყენებით (20). შესაბამისად $V_3 = 0$ და სიჩქარე V მოქცეული იქნება არეში: $V_1 \geq V \geq V_2$.

განტოლება (21)-ის ზოგადი ამონახსნია

$$V = V_1 dn^2 \left(\sqrt{\frac{V_1}{12\beta}} Z, s \right), \quad (22)$$

სადაც $dn^2 \left(\sqrt{\frac{V_1}{12\beta}} Z, s \right)$ ელიპტიკური იაკობის ფუნქციაა მოდულით s . ელიპტიკური იაკობის ფუნქციები პერიოდული ფუნქციებია პერიოდით λ :

$$s = \sqrt{1 - \frac{V_2}{V_1}}$$

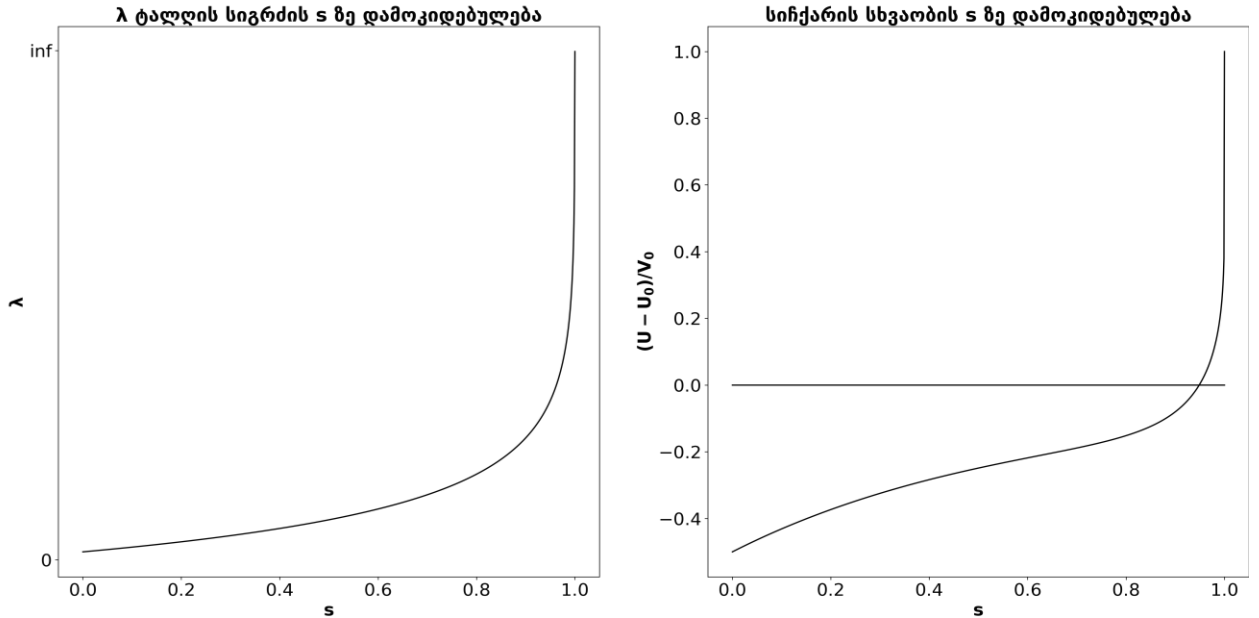
$$\lambda = 4 \sqrt{\frac{3\beta}{V_1}} K(s),$$

სადაც $K(s)$ პირველი რიგის სრული ელიპტიკური ინტეგრალია. ტალღების გავრცელების სიჩქარე კი უარყოფითი β -სათვის მოიცემა ფორმულით:

$$U = U_0 - V_0 \left(1 - \frac{3}{2 - s^2} \frac{E(s)}{K(s)} \right), \quad (23)$$

სადაც $E(s)$ მეორე რიგის სრული ელიპტიკური ინტეგრალია.

იაკობის ფუნქციის ამონახსნი ტალღების პერიოდის და გავრცელების ფარდობითი სიჩქარის s პარამეტრზე დამოკიდებულება მოცემულია ნახ.7-ზე.



ნახ.7: s პარამეტრის გავლენა ტალღის სიგრძესა და სიჩქარის სხვაობაზე

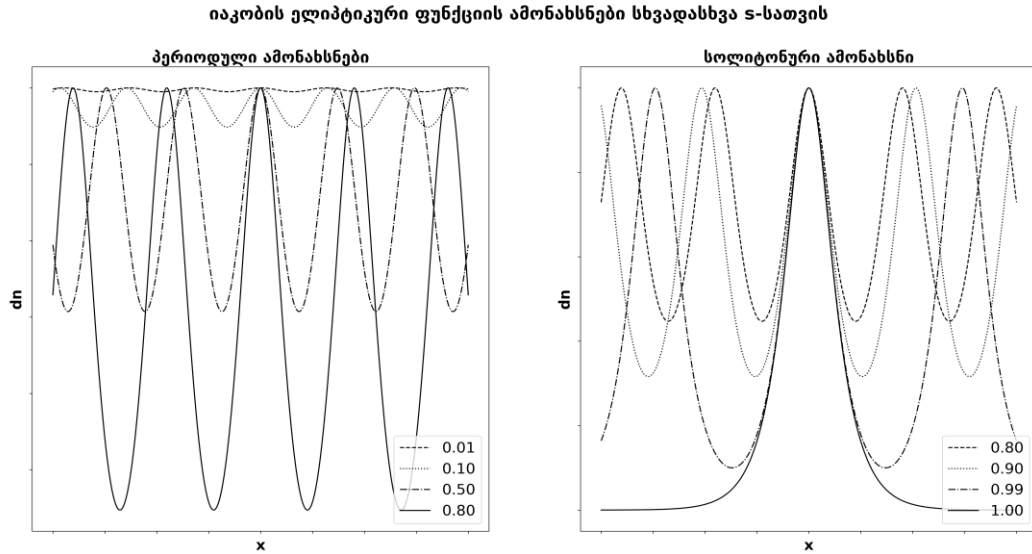
s პარამეტრი შეგვიძლია მივიჩნიოთ არაწრფივობის საზომად. ის მოთავსებულია $[0,1]$ შუალედში $s(0 < s < 1)$ და როდესაც $s \ll 1$ ამონახსნი ჩაიწერება პერიოდული ფუნქციებით, როცა $s \rightarrow 0$ (22) განტოლების ამონახსნი წრფივი განტოლების ამონახსნებს ემთხვევა. მეორე უკიდურესობისას, როდესაც $s \rightarrow 1$ ტალღების ამპლიტუდა λ მისწრაფის უსასრულობისაკენ, მაშასადამე მივიღებთ განმხოლოებულ, იგივე სოლიტონურ ტალღურ ამონახსნს ნახ.8.

როდესაც $s \rightarrow 1$, $dn(\alpha, s) = 1/\cosh(\alpha)$, $\frac{E(s)}{K(s)} = 0$ და:

$$V = 3V_0 \cosh^{-2} \sqrt{\frac{V_0}{4\beta}} Z \quad (24)$$

$$U = U_0 - V_0. \quad (25)$$

მუდმივა $3V_0$ სოლიტონის ამპლიტუდაა. ამპლიტუდის ზრდასთან ერთად მიღებული განმხოლოებული ტალღის სიგანე მცირდება $\sqrt{V_0}$ -ს პროპორციულად.



ნახ.8: იაკობის ელიპტიკური ფუნქციის გრაფიკი. ნახაზზე გამოსახულია იაკობის ელიპტიკური ფუნქციის $dn(x, s)$ გრაფიკები s პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. როდესაც s მცირეა ამონახსნი ჰარმონიული ტალღებია, ხოლო როდესაც მიისწრაფვის ერთისაკენ ამონახსნი გარდაიქმნება განმხოლოებულ ტალღად.

ძველ პარამეტრებზე დაბრუნებით შეგვიძლია მივიღოთ სითხის მაკროსკოპული სიჩქარის და სიმკვრივის გამოსახულებები:

$$u = \alpha \cosh^{-2} \sqrt{\frac{V_0}{4\beta}} (x - Ut) \quad (26)$$

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \gamma \cosh^{-2} \sqrt{\frac{V_0}{4\beta}} (x - Ut), \quad (27)$$

სადაც $\Delta n/n$ სიმკვრივის ფარდობითი ცვლილებაა, $\alpha = -\frac{3\sqrt{3}V_0v_F^2}{4v_F-3A}$ და $\gamma = -\frac{9\sqrt{3}V_0v_F}{4v_F-3A}$ პროპორციულობის კოეფიციენტებია და რადგანაც გვაქვს გაუხშობელი სოლიტონი, ორივე მათგანი უარყოფითია.

სიჩქარის გამოსახულებაში (17) წევრების შეტანით მივიღებთ:

$$U = \frac{v_F}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}A}{2v_F} - V_0. \quad (28)$$

აქ V_0 ასევე შეიცავს A -ს, თუმცა მხოლოდ მეორე მიახლოებაში. რადგანაც ვიცით, რომ გაუხშობელი განმხოლოებული ტალღის, სოლიტონის, სიჩქარე ნაკლებია ბგერითი ტალღების სიჩქარეზე, შევამოწმოთ თუ როგორ ცვლის ნაწილაკებს შორის მიზიდვა და განზიდვა ამ ფაქტს. ბგერითი ტალღების სიჩქარის U_S გამოსახულება შეგვიძლია მივიღოთ დისპერსიული თანაფარდობიდან პირველ მიახლოებაში: $\omega = U_S k$. ჩვენს ამოცანაში დისპერსიული თანაფარდობის (10) პირველი მიახლოება გვადლევს გამოსახულებას:

$$U_S = \frac{v_F}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}A}{2v_F}$$

და სოლიტონისა და ბგერითი ტალღების სიჩქარის სხვაობისათვის (25) ფორმულიდან მივიღებთ:

$$U - U_S = -\frac{\sqrt{3}A}{v_F} - V_0. \quad (29)$$

ნაწილაკებს შორის განზიდვის შემთხვევაში, $A > 0$, სიჩქარეების სხვაობა ყოველთვის უარყოფითია. საწინააღმდეგო შემთხვევისას, როდესაც ნაწილაკებს შორის მიზიდვაა, $A < 0$, სიჩქარეების სხვაობის დადებითობის პირობა მოიცემა შემდეგი თანაფარდობით:

$$V_0 < \sqrt{3}v_F n_0^{1/3} a$$

და ეს შესაძლებელია დაკმაყოფილდეს მცირე ამპლიტუდის (V_0) სოლიტონური ტალღებისათვის.

დასკვნის სახით შეგვიძლია ვთქვათ, რომ თითქმის იდეალურ ფერმი-სითხეში მადელუნგის დისპერსიული წევრის დახმარებით, შესაძლოა წარმოიშვას გაუხშობელი სოლიტონური ტალღები. ნაწილაკებს შორის განზიდვის შემთხვევაში ($A > 0$) სიმკვრივის (13) სიჩქარეზე დამოკიდებულება სუსტდება და გაუხშობელი სოლიტონური ტალღების სიჩქარე ყოველთვის ნაკლებია ბგერითი ტალღების სიჩქარეზე. ამასთანავე სიჩქარე კიდევ უფრო მეტად მცირდება ნაწილაკებს შორის წყვილური ურთიერთქმედების გამო. ხოლო ნაწილაკებს შორის მიზიდვის შემთხვევაში ($A < 0$) სიმკვრივე უფრო ძლიერად ხდება დამოკიდებული სიჩქარეზე. კონკრეტული ამპლიტუდებისათვის სოლიტონის სიჩქარე შესაძლოა გაუტოლდეს და გადააჭარბოს ბგერითი ტალღების სიჩქარეს.

3. ფერმი სისტემები გარეშე მაგნიტურ ველში

ამ თავში განვიხილავთ გადაგვარებულ და გადაუგვარებელ პლაზმას გარეშე მაგნიტურ ველში. როგორც აღვნიშნეთ მაგნიტური ველის შემოტანისას მაგნიტური ველი ზრდის ენერგიას მისი მიმართულების პერპენდიკულარულ სიბრტყეში და განაწილების ფუნქცია ხდება ანიზოტროპული. ამ ნაწილში შესწავლილია ორი ანიზოტროპული განაწილება. გადაგვარებული პლაზმისათვის ვიყენებთ კელის განაწილების ფუნქციას, ხოლო გადაუგვარებელი პლაზმისათვის ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციას. ორივე ფუნქციისათვის შესწავლილია ელექტრონების გაზის სითბოტევადობის გარეშე მაგნიტურ ველზე დამოკიდებულება. ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის შევისწავლით მაგნიტური ველის ენერჯის მიერ შემოტანილი ანიზოტროპიის შედეგად მიღებული ვეიბელის არამდგრადობა. კელის განაწილებისათვის შევისწავლეთ წნევის და კუმშვადობის პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტები. საბოლოოდ ორივე განაწილებისათვის მივიღეთ თერმონული ემისიის დენის გამოსახულების მაგნიტურ ველზე დამოკიდებულება და შევისწავლეთ მისი ზღვრული მნიშვნელობები.

3.1. ლანდაუ-კელის განაწილება

თავდაპირველად განვიხილეთ არაგადაგვარებული ელექტრონების გაზი ძლიერ მაგნიტურ ველში. როგორც აჩვენეს ლანდაუმ [Landau et al. 1981] (გვ. 90) და კელიმ [Kelly 1964], ნაწილაკები, რომლებიც ასრულებენ მცირე რხევებს რაიმე წონასწორული მდებარეობის გარშემო აღიწერებიან ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციით, რომელსაც აქვს სახე:

$$f^{lk} = \exp\left(-\frac{p_z^2}{2mT} - \frac{p_{\perp}^2}{2m\varepsilon_{\perp}}\right), \quad (30)$$

სადაც $\varepsilon_{\perp} = \frac{\hbar\omega_{ce}}{2} \coth \frac{\hbar\omega_{ce}}{2T}$, T არის ტემპერატურა ენერგეტიკულ ერთეულებში, H_0 გარეშე მაგნიტური ველია, ხოლო $\coth x$ ჰიპერბოლური კოსინუსია.

აქვე აღვნიშნოთ რომ ზოგადი პირობა ფერმი-გაზის არაგადაგვარებულობისათვის მაგნიტური ველის არსებობის დროს არის:

$$\varepsilon_{Fe} \ll T_e^{\frac{1}{3}} \varepsilon_{\perp}^{\frac{2}{3}}.$$

უტოლობის მარცხენა მხარეს, ფერმის ენერჯის გამოსახულება მიღებულია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც პლაზმა არ არის მოთავსებული მაგნიტურ ველში. უტოლობის მარჯვენა მხარეს მოცემულია ელექტრონების ენერჯია მაგნიტურ ველში, როდესაც ის აღიწერება ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციით. შესაბამისად ეს უტოლობა გვაძლევს პირობას პლაზმის არაგადაგვარებულობისათვის.

ელექტრონების წონასწორული სიმკვრივეა:

$$n_e = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} f^{lk}. \quad (31)$$

მამრავლი 2 გამოწვეულია სპინის გათვალისწინებით, $d\mathbf{p} = 2\pi p_{\perp} dp_{\perp} dp_z$.

იმისათვის რომ მივიღოთ ელექტრონების სიმკვრივის გამოსახულება ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციისათვის შევიტანოთ (30) გამოსახულება (31) ფორმულაში.

$$n_e = 2 \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} T_e^{\frac{1}{2}} \varepsilon_{\perp}. \quad (32)$$

განვიხილოთ (32)-ე ფორმულის ასიმპტოტური მნიშვნელობები, ამისათვის გამოვიყენოთ ჰიპერბოლური კოსინუსის ასიმპტოტიკები:

$$\begin{aligned} \coth(x) &= 1 & x \gg 1 \\ \coth(x) &= \frac{1}{x} & x \ll 1. \end{aligned}$$

სიმკვრივის გამოსახულებისთვის კი მცირე $x = \frac{\hbar\omega_c}{2T}$ -სათვის მივიღებთ:

$$n_e = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} T_e^{3/2} = n_0, \quad (33)$$

ხოლო დიდი x -სათვის:

$$n_e = 2 \left(\frac{2}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} T_e^{1/2} \hbar\omega_{ce} = n_0 \frac{\hbar\omega_{ce}}{2T} \gg n_0. \quad (34)$$

აქ გამოვიყენეთ ძლიერი მაგნიტური ველის მიახლოება, როდესაც $\hbar\omega_{ce} \gg 2K_B T$. რიცხობრივად ეს უტოლობა შეესაბამება $H_0 \gg 2 * 10^4 T$. ამ გამოსახულებიდან შეგვიძლია შევაფასოთ, რომ ტემპერატურებისათვის $1 - 10K$, იმისათვის რომ მაგნიტურმა ველმა გადააჭარბოს სითბურ ეფექტებს მისი მნიშვნელობა მეტი უნდა იყოს $H_0 > 10^4 - 10^5$ გაუსზე.

ელექტრონის საშუალო კინეტიკური ენერგია შეგვიძლია განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3 n_e} \int_{-\infty}^{\infty} d p_z \int_0^{\infty} 2\pi p_{\perp} d p_{\perp} * \left(\frac{p_z^2}{2m_e} + \frac{p_{\perp}^2}{2m_e} \right) f_0 = \varepsilon_{\perp} + \frac{k_B T_e}{2}. \quad (35)$$

3.1.1. ლანდაუ-კელის განაწილების თერმოდინამიკა

განვსაზღვროთ ელექტრონის გაზის სითბოტევადობა. სითბოტევადობის განმარტების თანახმად:

$$C_V = \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} = k_B \left(\frac{1}{2} + \frac{x^2}{\sinh x^2} \right), \quad (36)$$

სადაც $\sinh x$ ჰიპერბოლური სინუსია, რომლის მწკრივად გაშლაა:

$$\sinh x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad (37)$$

სუსტი მაგნიტური ველისათვის, როდესაც $x = \frac{\hbar\omega_c}{2k_B T} \ll 1$ სითბოტევადობა მცირედით ნაკლებია ვიდრე $3/2k_B$, ზუსტი მათემატიკური ჩანაწერი კი არის:

$$C_V = \frac{3}{2}k_B \left(1 - \frac{2}{9}x^2\right). \quad (38)$$

ცხადია, როდესაც მაგნიტური ველი არ გვაქვს ($H = 0$ და $x = 0$) სითბოტევადობა არის $C_V = \frac{3}{2}k_B$. ხოლო ძლიერი მაგნიტური ველისათვის, როდესაც $\hbar\omega_c \gg k_B T$ სითბოტევადობისათვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$C_V = k_B \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\hbar\omega_c}{k_B T} \right)^2 e^{-\frac{\hbar\omega_c}{k_B T}} \right). \quad (39)$$

გამოსახულება 37-დან ჩანს, რომ მოცემული ტემპერატურისათვის სითბოტევადობა დამოკიდებულია მაგნიტური ველის მნიშვნელობაზე. სუსტი მაგნიტური ველისათვის სითბოტევადობა ტოლია $C_V = \frac{3k_B}{2}$ და მაგნიტური ველის ზრდასთან ერთად ის მცირდება, სანამ არ მიაღწევს მუდმივ $C_V = \frac{k_B}{2}$ მნიშვნელობას. ეს მნიშვნელობა მიიღწევა მაშინ, როდესაც მაგნიტური ველის ენერგია რამდენჯერმე აღემატება სითბურ ენერგიას.

სითბოტევადობის დამოკიდებულება მაგნიტური ველისა და სითბური ენერგიის ფარდობაზე მოცემულია **ნახ.9**-ზე. აღსანიშნავია, რომ სითბოტევადობა შემოსაზღვრულია როგორც სუსტი, ასევე ძლიერი მაგნიტური ველების ენერგიებისათვის.

ერთ ნაწილაკზე მოსული ენტროპიის გამოსახულებაში

$$S = -\frac{k_B}{n_e} \int d\mathbf{p} f \ln f$$

თუ შევიტანთ ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციის სახეს, მივიღებთ:

$$S = k_B \ln \frac{(2\pi m_e)^{3/2} T^{1/2} \varepsilon_{\perp}}{n_e}. \quad (40)$$

რადგან ადიაბატური პროცესებისათვის $dS = 0$, განტოლება (40)-დან მივიღებთ ადიაბატის გამოსახულებას:

$$\frac{T^{1/2} \varepsilon_{\perp}}{n_e} = \text{Const.} \quad (41)$$

სუსტი მაგნიტური ველისათვის: $k_B T \gg \hbar \omega_c$ ადიაბატის განტოლების სახეა:

$$\frac{T^{3/2}}{n_e} \left(1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\hbar \omega_c}{k_B T} \right)^2 \right) = \text{Const.} \quad (42)$$

უფრო საინტერესოა ძლიერი მაგნიტური ველის შემთხვევა. როცა $\hbar \omega_c \gg k_B T$ ადიაბატის განტოლებაა:

$$\frac{T^{1/2} H}{n_e} = \text{Const.} \quad (43)$$

აღსანიშნავია, რომ იგივე სახის ადიაბატური განტოლება (43) მიღებულ იქნა ნაშრომში [Tsintsadze and Tsintsadze 2014], იგივე მიახლოებაში. ნაშრომში ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციის ნაცვლად გამოყენებულია მაქსველის განაწილების ფუნქცია, სადაც ენერჯის გამოსახულება აკმაყოფილებს პირობას: $\varepsilon = p_z^2/2m + \hbar \omega_c l$, სადაც l ორბიტალური კვანტური რიცხვია $l = 0, 1, 2, 3, \dots$.

როგორც აღმოჩნდა, მიუხედავად იმისა, რომ ლანდაუ-კელისა და მაქსველის განაწილების ფუნქციები მნიშვნელოვნად განსხვავდება, ორივე მათგანი გვაძლევს ერთნაირ ადიაბატურ გამოსახულებას ძლიერ მაგნიტურ ველში.

3.1.2. ვეიბელის არამდგრადობა

კლასიკურ ფიზიკაში ნაწილაკის ენერგია არ იცვლება, თუ მას მოვდებთ ერთგვაროვან და დროისგან დამოუკიდებელ მაგნიტურ ველს. ლანდაუმ აჩვენა რომ კვანტურ მექანიკაში ეს აღარ არის სამართლიანი. კერძოდ ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში მოთავსებისას ორბიტალური მომენტის დაკვანტვა იწვევს ნაწილაკის სრული ენერგიის ცვლილებას. მაგნიტური ველის გასწვრივ იმპულსის მნიშვნელობა არ არის დამოკიდებული მაგნიტურ ველზე და განისაზღვრება მხოლოდ ტემპერატურით. ხოლო იმპულსის მნიშვნელობა მაგნიტური ველის მართობულ სიბრტყეში განისაზღვრება მაგნიტური ველის სიდიდით და ტემპერატურით, ძლიერი მაგნიტური ველების დროს იმპულსი ხდება დამოკიდებული მხოლოდ მაგნიტური ველის ენერგიაზე. ენერგიის დაკვანტვის გათვალისწინებით ლანდაუმ და კელიმ გამოიყვანეს კვაზიკლასიკური განაწილების ფუნქცია არაგადაგვარებული ნაწილაკებისათვის (30), რომელიც ნორმირების პირობის გათვალისწინებით, არარელატივისტურ შემთხვევაში ჩაიწერება:

$$f_{0\alpha} = \left(\frac{m_\alpha}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{n_\alpha}{T_\parallel^{1/2} \varepsilon_\perp} \exp\left(-\frac{m_\alpha v_\perp^2}{2\varepsilon_\perp} - \frac{m_\alpha v_\parallel^2}{2T_\parallel}\right), \quad (44)$$

სადაც $v_\perp^2 = v_x^2 + v_y^2$, $\omega_{c\alpha} = \frac{e_\alpha H_0}{m_\alpha c}$ ნაწილაკების ციკლოტრონული სიხშირეა. H_0 მუდმივი მაგნიტური ველია, რომელიც მიმართულია z ღერძის გასწვრივ.

ენერგიის მნიშვნელობას აქვს ორი ზღვარი. კერძოდ: როდესაც მაგნიტური ველი ძლიერია და $\hbar\omega_c \gg T_\parallel$, $\varepsilon_\perp = \frac{\hbar\omega_c}{2}$ და ლანდაუ-ველის განაწილების ფუნქცია (44) ძლიერად ანიზოტროპულია. ხოლო როდესაც მაგნიტური ველი სუსტია $\hbar\omega_c \ll T_\parallel$, $\varepsilon_\perp = T_\parallel$ განაწილების ფუნქცია გადადის მაქსველის განაწილებაში.

ლანდაუ-ველის განაწილების ფუნქცია აღწერს პლაზმას არაწონასწორულ მდგომარეობაში, რის გამოც ნაწილაკების შეჯახებების რელაქსაციის დრო უნდა იყოს უფრო დიდი, ვიდრე ჩვენი დაკვირვების მახასიათებელი დრო.

არაწონასწორული პლაზმა არამდგრადია სხვადასხვა მცირე შეშფოთებების მიმართ. ასეთ დროს შესაძლებელია ძლიერი ელექტრომაგნიტური ველების გენერაცია პლაზმაში. იმისათვის რომ განვსაზღვროთ საბოლოო მდგომარეობა ასეთი არაწონასწორული პლაზმისა, ჩვენ დაგვჭირდება არაწრფივი თეორიის გამოყენება.

ამ ნაწილში შევისწავლით ვეიბელის წრფივ არამდგრადობას, გამოვიყენებთ ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციას (44) და დავწერთ წრფივ დისპერსიის თანაფარდობას z ღერძის გასწვრივ გავრცელებული ელექტრომაგნიტური ველისათვის, დამაგნიტებულ ელექტრონ-იონურ პლაზმაში.

განივი ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის:

$$\left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 - \sum \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \int \frac{d\mathbf{v} v_{\perp}/2}{\omega - k v_{\parallel} - \omega_{c\alpha}} \left((\omega - k v_{\parallel}) \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} + k v_{\perp} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right) f_{0\alpha}(v_{\perp}, v_{\parallel}) \right) B - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega + \omega_{ci})} H = 0 \quad (45)$$

სადაც H შეშფოთებული მაგნიტური ველია, k აქსიალური ტალღური ვექტორი, ω რხევის სიხშირეა. $\omega_{p\alpha} = \left(\frac{4\pi e^2 n_{0\alpha}}{m_{\alpha}} \right)^{\frac{1}{2}}$ პლაზმის სიხშირეა ელექტრონებისა და იონებისათვის. ომეგას წარმოსახვითი ნაწილის დადებითობა იწვევს არამდგრადობას.

ჩვენ განვიხილეთ მარცხენა პოლარიზაციის განივი ელექტრომაგნიტური ტალღები, რომლებიც ვრცელდებიან გარეშე მაგნიტური ველის გასწვრივ. ჩავთვალოთ რომ იონები არიან უძრავი.

გამოვიყენოთ ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქცია და გავაინტეგროთ გამოსახულება (45). მივიღებთ დისპერსიულ თანაფარდობას:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\eta - \frac{\omega}{\omega - \omega_{ce}} \left(\frac{\varepsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} - \frac{\omega_{ce}}{\omega} \eta \right) I_+ \left(\frac{\omega - \omega_{ce}}{k u_{\parallel}} \right) \right), \quad (46)$$

სადაც $I_+ = x e^{-x^2/2} \int_{+i\infty}^x \tau e^{-\tau^2/2}$, $\eta = \frac{\varepsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1$ და $u_{\parallel} = \sqrt{\frac{T_{\parallel}}{m_e}}$ სითბური სიჩქარეა მაგნიტური ველის გასწვრივ.

I_+ ფუნქციის ზღვრებია:

a) როცა $|x| \gg 1$ და $|Re(x)| \gg |Im(x)|$, გვაქვს:

$$I_+ = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} + \dots - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x e^{-x^2/2}, \quad (47)$$

b) ხოლო როცა $|x| \ll 1$ და $|Re(x)| \gg |Im(x)|$, გვაქვს:

$$I_+ = -i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x. \quad (48)$$

თავდაპირველად განვიხილეთ ტალღები ელექტრონის ციკლოტრონული სიხშირის მახლობელი სიხშირით, რაც მათემატიკურად ასე შეგვიძლია გამოვსახოთ: $|\omega - \omega_{ce}| \ll ku_{\parallel}$. ჩვენთვის კარგად არის ცნობილი, რომ სიხშირის ამ არეში, როდესაც $T_{\parallel} = \varepsilon_{\perp} = T$ ტალღები ძლიერად შთაინთქმება ლანდაუს ჩაქრობის მექანიზმით. აღმოჩნდა, რომ თუ $\varepsilon_{\perp} > T_{\parallel}$, მაშინაც კი, როდესაც $|\omega - \omega_{ce}| \ll ku_{\parallel}$ შესაძლებელია გავრცელდეს ციკლოტრონული ტალღები, რომელთა სიხშირის ნამდვილი ნაწილი მეტია წარმოსახვით ნაწილზე. ამის საჩვენებლად ვიყენებთ I_+ ფუნქციის ასიმპტოტურ გამოსახულებას (48).

$$\omega = \omega_{ce} \left(1 - \frac{T_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\right) - i \sqrt{\frac{2 T_{\parallel}}{\pi \varepsilon_{\perp}}} \left(\frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} - \eta\right) ku_{\parallel}. \quad (49)$$

ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილებისათვის კი გვექნება:

$$Re(\omega) = \omega_{ce} \left(1 - \frac{T_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\right) \quad (50)$$

$$Im(\omega) = \sqrt{\frac{2 T_{\parallel}}{\pi \varepsilon_{\perp}}} \left(\frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} - \eta\right) ku_{\parallel}. \quad (51)$$

მიღებული დისპერსიული თანაფარდობა წარმოსახვითი და ნამდვილი ნაწილისათვის არის ახალი. (50)-ე ფორმულიდან ვხედავთ რომ ანიზოტროპული განაწილების ფუნქციის შემთხვევაში ახალი ციკლოტრონული რხევები მიიღება, და როგორც (51) ფორმულა გვიჩვენებს ეს სიხშირე აღიგზნება როდესაც $\frac{\epsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} > 1 + \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2}$ და ელექტრომაგნიტური ტალღის ამპლიტუდა დროში გაიზრდება.

როდესაც $\eta = \frac{\epsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 = 0$, როგორც უკვე აღვნიშნეთ ტალღები ძლიერად შთანთქმება და (49) ფორმულიდან შეგვიძლია მივიღოთ ანომალური სკინირების ეფექტის სიღრმე:

$$d = \text{Im}(\lambda) = 2\pi \left(\sqrt{\frac{2 u_{\parallel} c^2}{\pi \omega \omega_{pe}^2}} \right)^{1/3}. \quad (52)$$

ასევე განვიხილეთ ციკლოტრონული ტალღები ელექტრონის ციკლოტრონული სიხშირისგან შორს, როდესაც $|\omega - \omega_{ce}| \gg k u_{\parallel}$, რაც ნიშნავს რომ სიხშირე რეზონანსული შთანთქმის არის გარეთაა. ამ შემთხვევაში I_+ ფუნქციისათვის გამოვიყენებთ ასიმპტოტურ მიახლოებას (47) და ამ შემთხვევაში განტოლება (46) მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = & 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega}{\omega - \omega_{ce}} + \frac{k^2 u_{\perp}^2}{(\omega - \omega_{ce})^2 + \frac{k^2 u_{\parallel}^2 \omega_{ce}}{(\omega - \omega_{ce})^3}} \right) \\ & + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_p^2}{\omega k u_{\parallel}} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} - \frac{\omega_{ce}}{\omega} \eta \right) \exp \left(-\frac{\omega - \omega_{ce}}{2 k^2 u_{\parallel}^2} \right) \end{aligned} \quad (53)$$

სადაც $u_{\perp}^2 = 2 \frac{\epsilon_{\perp}}{m_e}$.

ფორმულაში (53) პირველი ორი წევრის გარდა დაკვანტვის გამო დაემატა ორი შემდეგი წევრი, რომლებიც შესაძლოა არ იყოს მცირე.

დისპერსიული თანაფარდობა განვიხილეთ სხვადასხვა შემთხვევებისათვის:

თავდაპირველად განვიხილოთ სიხშირეებისათვის $\omega \gg \omega_{ce}$ და უგულვებელყოფთ ბოლო წარმოსახვითი წევრი. სიხშირეებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{k^2 u_{\perp}^2}{\omega^2} \right). \quad (54)$$

ეს დისპერსიული თანაფარდობა პირველად ვეიბელმა მიიღო. მისი ამონახსნებია:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \omega_{pe}^2 + k^2 c^2 \\ \omega_2^2 &= -\frac{\omega_{pe}^2 u_{\perp}^2}{\omega_{pe}^2 + k^2 c^2} \end{aligned} \quad (55)$$

სიხშირე ω_2 აღწერს ჰიდროდინამიკურ არამდგრადობას.

ჰელიკონური ტალღების შემთხვევაში, როდესაც $\omega \ll \omega_{ce}$ განვიხილოთ კინეტიკური არამდგრადობა. ჩავწეროთ სიხშირე ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილების გამოყენებით: $\omega = Re(\omega) + iIm(\omega) = \omega_r + i\omega_i$. ნამდვილი ნაწილისათვის მივიღებთ მოდიფიცირებულ ჰელიკონურ დისპერსიას:

$$\omega_r = \frac{k^2 c^2}{\omega_{pe}^2} \left(1 + \frac{u_{\perp}^2}{c^2} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ce}^2} \right) \omega_{ce}. \quad (56)$$

ბოლო წარმოსახვითი ნაწილი ანუ ზრდის ტემპი არის:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_r \omega_{ce}}{k u_{\parallel}} \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_r} \eta - \frac{\varepsilon_{\perp}}{T_{\parallel}} \right) \exp \left(-\frac{\omega_{ce}^2}{2k^2 u_{\parallel}^2} \right). \quad (57)$$

აღფენის ტალღებისათვის განვიხილოთ კინეტიკური არამდგრადობა. სიხშირის შტოსათვის როდესაც $\omega_c \gg \omega_r$, თუ $\varepsilon_{\perp} > T_{\parallel}$ მოდიფიცირებული ჰელიკონური ტალღა ხდება არამდგრადი.

განვიხილოთ შემთხვევა როდესაც ელექტრონების ტემპერატურა გაცილებით მეტია იონების ტემპერატურაზე, რაც იგივეა რომ იონები არიან ცივი. იონების დიელექტრიკული შეღწევადობა ასეთი შემთხვევისათვის შეგვიძლია ჩავწეროთ როგორც:

$$\varepsilon_i = -\frac{\omega_{pi}^2 I_+ \left(\frac{\omega - \omega_{ci}}{k u_{\parallel}} \right)}{\omega(\omega \mp \omega_{ci})}, \quad (58)$$

სადაც $\omega_{pi} = \left(\frac{4\pi e n_0}{m_i} \right)^{1/2}$ და $\omega_{ci} = \frac{e H_0}{m_i c}$ იონების ლენგმუირის და ციკლოტრონული სიხშირეებია.

სიხშირის არეებისათვის $\omega \ll \omega_{ci}$ დისპერსიული თანაფარდობა $\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = \varepsilon_e + \varepsilon_i$ იღებს სახეს:

$$\omega^2 = k^2 V_{Ai}^2 \left(1 + \frac{u_{\perp}}{V_{Ae}^2} \right) + i \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (59)$$

3.2. კელის განაწილების ფუნქცია

განვიხილოთ გადაგვარებული ფერმი ელექტრონების გაზი ძლიერ მაგნიტურ ველში. იმისათვის რომ აღვწეროთ ფერმი ნაწილაკების დონეები, კელიმ თავის ნაშრომში გამოიყვანა განაწილების ფუნქცია:

$$f_{\alpha}^k = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} e^{-\frac{P_x^2 + P_y^2}{m_{\alpha}\hbar w_{c\alpha}}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l L_l \left(2 \frac{P_x^2 + P_y^2}{m_{\alpha}\hbar w_{c\alpha}} \right)}{e^{\frac{\varepsilon_l - \mu_{\alpha}}{T}} + 1}. \quad (60)$$

მაგნიტური ველი მოდებულია z ღერძის გასწვრივ. ინდექსი α ნაწილაკების ტიპს გამოხატავს, $w_{\alpha}^2 = \frac{P_z^2}{m_{\alpha}\hbar w_{c\alpha}} = \frac{P_x^2 + P_y^2}{m_{\alpha}\hbar w_{c\alpha}}$ და L არის l რიგის ლაგერის პოლინომი [Gradshteyn and Ryzhik 2014], რომლისათვისაც გვაქვს შემდეგი სახის პირობა: $2(-1)^l \int e^{-w^2} L_l(2w^2) w dw = 1$, სადაც სიმარტივისათვის $\frac{P_x^2 + P_y^2}{m_{\alpha}\hbar w_{c\alpha}}$ გამოსახულება აღვნიშნეთ w -თი. ენერჯისათვის $\varepsilon_l = p_{\parallel}^2/2m_e + \hbar\omega_c l$, და μ_{α} არის ქიმიური პოტენციალი, განსაზღვრული ნორმირების პირობიდან:

$$n_{\alpha} = 2 \int d\mathbf{p} f_{\alpha}^k(\mathbf{p}_{\perp}, p_{\parallel}). \quad (61)$$

სიმკვრივის გამოსახულებაში მამრავლი 2 შემოტანილია სპინის გამო. აღსანიშნავია, რომ ასეთი განაწილების ფუნქცია დამოუკიდებლად გამოიყვანა ზილბერმენმა [Zilberman 1970].

კელის განაწილების ფუნქცია არის ჰიბრიდული განაწილების ფუნქცია: მაგნიტური ველის \mathbf{H} მართობულ სიბრტყეში განაწილების ფუნქცია არის ბოლცმანის განაწილების მსგავსი, ხოლო მაგნიტური ველის გასწვრივ ის იქცევა როგორც ფერმის განაწილება.

ჩვენ შევისწავლით კელის განაწილების ფუნქციას ძლიერ მაგნიტურ ველში, როდესაც მაგნიტური ველის ენერჯია მეტი ან ტოლია ფერმი-ენერჯისა. რადგან კელის სისტემა აღწერს გადაგვარებულ სისტემებს, განვიხილოთ ტემპერატურები, რომლებათვისაც $|\hbar w_{ce} - \mu| \gg T$ და თერმული ენერჯია უგულვებელსაყოფია. ასეთ ზღვარში ფერმის

განაწილების ფუნქციის მათემატიკურად კარგი მიახლოებაა ხევსაიდას საფეხურობრივი ფუნქცია $H(\mu - \varepsilon^l)$. საიდანაც გამომდინარეობს $\mu = \varepsilon_{Fe} = \varepsilon^l = \frac{p_{\perp}^2}{2m_e} + l\hbar\omega_{ce}$. იმპულსის პარალელური მდგენელისათვის გვაქვს გამოსახულება

$$p_{\parallel} = \pm\sqrt{2m_e(\varepsilon_{Fe} - l\hbar\omega_{ce})}^{1/2}.$$

ბოლო გამოსახულებიდან ჩანს რომ აჯამვა l -ით შემოსაზღვრულია პირობით $\varepsilon_{Fe} - l\hbar\omega_{ce} \geq 0$ და $l_{max} = \varepsilon_{Fe}/\hbar\omega_{ce}$. ჩვენ დაინტერესებული ვართ მხოლოდ ძლიერი მაგნიტური ველებით, როდესაც $\hbar\omega_{ce} \geq \varepsilon_{Fe}$, ამ შემთხვევაში ორბიტალური კვანტური რიცხვი შეიძლება იყოს მხოლოდ 0 ან 1-ის ტოლი.

თავდაპირველად განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც მაგნიტური ველის ენერგია მეტია ფერმის ენერგიაზე. ასეთ დროს ორბიტალური კვანტური რიცხვის მნიშვნელობა $l=0$ -ის ტოლია. განვიხილოთ ლანდაუს ნულოვანი დონე $\delta = -1$ (იხ. გან.1) ასეთი შემთხვევისათვის კელის განაწილების ფუნქციის სახეა

$$f_{\alpha}^k(\mathbf{p}_{\perp}, p_{\parallel}) = \frac{2e^{-w_{\alpha}}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\exp\frac{p_{\parallel}^2/2m_{\alpha} - \mu_{\alpha}}{T_{\alpha}} + 1}. \quad (62)$$

$T = 0$ ტემპერატურაზე, კელის განაწილების ფუნქციის (62) სახეა:

$$f_{\alpha}^k(\mathbf{p}_{\perp}, p_{\parallel}) = \frac{2e^{-w_{\alpha}}}{(2\pi\hbar)^3} H(\mu_{\alpha} - p_{\parallel}^2/2m_{\alpha}). \quad (63)$$

სადაც $H(x)$ ხევსაიდას საფეხურობრივი ფუნქციაა, μ_{α} ქიმიური პოტენციალია: $\mu_{\alpha} = \frac{p_F^2}{2m_{\alpha}}$. ნაწილაკების სიმკვრივის გამოსათვლელად შევიტანოთ (63) ფორმულა (61) გამოსახულებაში.

$$n_{\alpha} = \frac{m_{\alpha}\hbar\omega_{c\alpha}p_F}{\pi^2\hbar^3}. \quad (64)$$

როგორც აღვნიშნეთ ეს გამოსახულება სამართლიანია ლანდაუს ნულოვანი დონისათვის ($l = 0$). რაც ნიშნავს რომ ეს გამოსახულება უკავშირდება პაულის პარამაგნეტიზმსა და

ნაწილაკების საკუთარ ენერგიას. თუ დავუშვებთ რომ ელექტრონების სიმკვრივე არ იცვლება, მაშინ (64) გამოსახულებიდან გამომდინარეობს მნიშვნელოვანი მოვლენა, კერძოდ: მაგნიტური ველის გაზრდით ფერმის იმპულსის z მდგენელი მცირდება. ასე რომ ფერმი ენერგიის „ბლინის“ ფორმა იმპულსურ სივრცეში თხელდება.

გამოვითვალოთ ფერმი ნაწილაკების საშუალო ენერგია ლანდაუს ნულოვანი დონისათვის კელის განაწილების ფუნქციის შემთხვევისათვის (60).

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{\perp} \rangle + \langle \varepsilon_{\parallel} \rangle = \frac{2}{n_e} \int d\mathbf{p}_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}_{\parallel} \left(\frac{p_{\parallel}^2}{2m} + \frac{p_{\perp}^2}{2m} \right) f_{0e}^k. \quad (65)$$

გამოთვლის შედეგია:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar\omega_c}{2} + \frac{\varepsilon_F}{3} \left(1 + \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right). \quad (66)$$

3.2.1. კელის განაწილების თერმოდინამიკა

განვსაზღვროთ ფერმი-გაზის სითბოტევადობა. ამისათვის გამოვიყენოთ სითბოტევადობის ცნობილი ფორმულა $C_V = \left(\frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} \right)_V$.

ლითონი ნებისმიერ ტემპერატურაზე შედგება ორი ქვესისტემისაგან: იონების მიერ შექმნილი კრისტალური მესრისგან და თავისუფალი ელექტრონული გაზისაგან. შესაბამისად ლითონის სითბოტევადობა შეგვიძლია ჩავწეროთ როგორც χ ამი ორი ქვესისტემის სითბოტევადობებისა.

$$C_V = C_V^{lat} + C_V^e. \quad (67)$$

სადაც C_V^{lat} მესერის სითბოტევადობაა, და როდესაც

$$\theta_D \ll T, \quad C_V^{lat} = 3k_B \quad (68)$$

$$\theta_D \gg T, \quad C_V^{lat} = \frac{12\pi^4}{5} k_B \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad (69)$$

θ_D დეზაის მახასიათებელი ტემპერატურაა.

C_V^e თავისუფალი და იზოტროპული ელექტრონების გაზის სითბოტევადობაა. $T \gg T_F$ -სათვის:

$$C_V^e = \frac{3}{2} k_B, \quad (70)$$

ხოლო როცა $T \ll T_F$:

$$C_V^e = \frac{\pi^2}{2} K_B \left(\frac{T}{T_F}\right), \quad (71)$$

სადაც T_F ფერმის ტემპერატურაა და

$$T_F = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_e^{2/3}}{2m_e k_B}.$$

მესერის სითბოტევადობის C_V^{lat} და ელექტრონის სითბოტევადობის C_V^e შედარებისას ჩანს რომ $T \geq 1$ კელვინისათვის C_V^{lat} ყოველთვის მეტია C_V^e -ზე.

როგორც ნაჩვენებია [Tsintsadze 2010] სტატიაში, ძლიერი მაგნიტური ველი იწვევს ფერმის ენერჯის შემცირებას.

$$\varepsilon_F = k_B T_F = \gamma \left(\frac{n}{H}\right)^2, \quad (72)$$

სადაც $\gamma = \frac{\pi^4 \hbar^4 c^2}{2m_e e^2}$. ამ შემთხვევაში სითბოტევადობის გამოსახულება (66) ფორმულიდან გამომდინარე არის:

$$C_V = \frac{\pi^2}{9} k_B \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right), \quad (73)$$

სადაც ε_F განსაზღვრულია (72)-ით. გამოსახულების თანახმად მაგნიტური ველის გაზრდა იწვევს ფერმი ენერჯის შემცირებას, რაც თავის მხრივ ზრდის სითბოტევადობას.

აქამდე მიღებული გამოსახულებები (66) და (73) გამოთვლილია ზღვარში $\hbar\omega_c > \varepsilon_F = \mu$. ახლა განვიხილოთ $\hbar\omega_c = \varepsilon_F$. რომლის დროსაც ორბიტალური კვანტური რიცხვის მნიშვნელობები შეიძლება იყოს მხოლოდ $l = 0, 1$.

ასეთ ზღვარში კელის განაწილების ფუნქციის სახეა:

$$f_0^k = \frac{2e^{-W^2}}{(2\pi\hbar)^3} \left(\frac{1}{\exp \frac{p_{\parallel}^2/2m_e - \mu}{k_B T} + 1} - \frac{L_1 \left(\frac{2p_{\perp}^2}{m\hbar\omega_c} \right)}{\exp \frac{p_{\parallel}^2}{k_B T} + 1} \right). \quad (74)$$

$$L_1 \left(\frac{2p_{\perp}^2}{m\hbar\omega_c} \right) = 1 - \frac{2p_{\perp}^2}{m\hbar\omega_c}.$$

ასეთ შემთხვევაში (74) გამოსახულების ბოლო წევრიდან გამომდინარეობს რომ $T \neq 0$

(74) ანიზოტროპული განაწილების ფუნქციის გამოყენებით მიღებული ელექტრონების სიმკვრივის გამოსახულებაა:

$$n_e = \frac{m\omega_c p_f}{\pi^2 \hbar^2} \left(1 + 0.5 \sqrt{\frac{k_B T}{\varepsilon_F}} \right). \quad (75)$$

ნაწილაკების საშუალო კინეტიკური ენერჯისათვის:

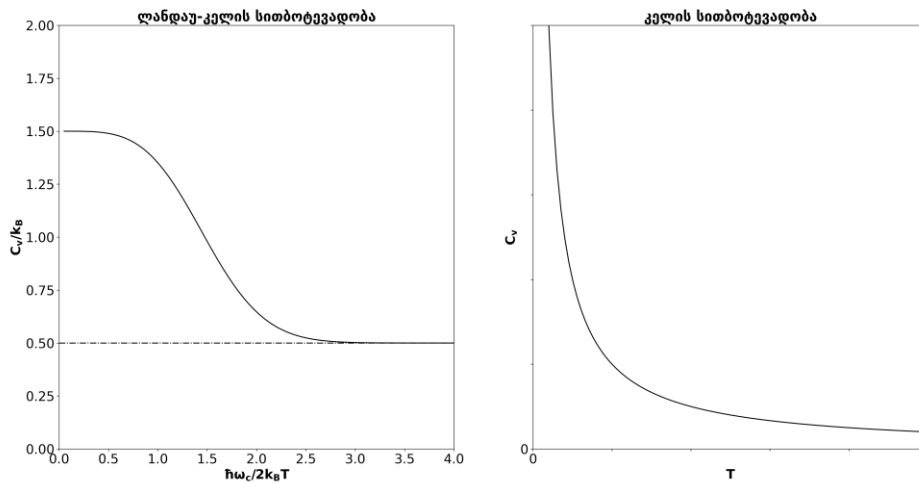
$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{\perp} \rangle + \langle \varepsilon_{\parallel} \rangle = \frac{5}{6} \hbar\omega_c + \frac{1}{3} \hbar\omega_c \sqrt{\frac{k_B T}{\hbar\omega_c}}. \quad (76)$$

(76) ფორმულის გამოყენებით, სითბოტევადობისათვის მივიღებთ:

$$C_V = \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} = \frac{k_B}{6} \sqrt{\frac{\hbar \omega_c}{k_B T}} \quad (77)$$

იმისათვის რომ მიგველო გამოსახულება (77) სითბოტევადობისათვის, ჩვენ დავუშვით რომ $\hbar \omega_c \propto \varepsilon_F \gg k_B T$, თუმცა როგორც აღმოჩნდა ტემპერატურა არ შეიძლება იყოს ნულის ტოლი. ეს გამოსახულება შეგვიძლია გადავწეროთ როგორც $\hbar \omega_c \propto \varepsilon_F = \gamma \left(\frac{n}{H}\right)^2$, საიდანაც შეგვიძლია შევაფასოთ მაგნიტური ველის სიდიდე. როცა $n \propto 10^{21} \text{ 1/(sm}^3\text{)}$ $H \propto (10^{20} \gamma n^2)^{1/3} \propto 10^7$ გაუსის.

ასეთ ზღვარში მიღებული სითბოტევადობა ტემპერატურის შემცირებისას უკუპროპორციულად იზრდება (77) და მას შეგვიძლია ვუწოდოთ ანომალური (ნახ.8, მარჯვნივ).



ნახ.8: სითბოტევადობები ლანდაუ კელისა და კელის განაწილების ფუნქციისათვის; მარცხნივ: სითბოტევადობის დამოკიდებულება მაგნიტური ველზე ლანდაუ კელის განაწილებისათვის; მარჯვნივ: სითბოტევადობის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე კელის განაწილებისათვის

3.2.2. წნევის პარალელური და მართობული კომპონენტები

ძლიერ მაგნიტურ ველში წნევა ხდება ანიზოტროპული. გამოვიყვანოთ წნევის პარალელური და მართობული კომპონენტების გამოსახულება კელის განაწილების ფუნქციის გამოყენებით. გამოვიყენოთ კელის განაწილების ფუნქცია (60) ლანდაუს ნულოვანი დონისათვის: ($l = 0, \delta = -1$), როდესაც $T = 0$. წნევის გასწვრივი და განივი კომპონენტებისათვის გვაქვს:

$$P_{\parallel e} = \frac{1}{3} \int d\mathbf{p} \frac{p_z^2}{m_e} f_e^k(\mathbf{p}_{\perp}, p_{\parallel}), \quad (78)$$

$$P_{\perp e} = \frac{1}{3} \int d\mathbf{p} \frac{(p_x^2 + p_y^2)}{m_e} f_e^k(\mathbf{p}_{\perp}, p_{\parallel}). \quad (79)$$

(79) გამოსახულების ინტეგრირებით მივიღებთ:

$$P_{\perp e} = \frac{1}{3} \hbar \omega_{ce} n_e. \quad (80)$$

სადაც სიმკვრივე n_e მოიცემა ფორმულით (64).

გადაგვარების ტემპერატურაზე დაბალი ტემპერატურებისათვის $T_F = \beta(n/H_0)^2$ (სადაც $\beta = \pi^4 \hbar^4 c^2 / (2m_e e^2)$ [Tsintsadze 2010]) განტოლებებიდან (61) და (62) ელექტრონების სიმკვრივისათვის მივიღებთ გამოსახულებას:

$$n_e = \frac{m_e \hbar \omega_{ce} p_F}{\pi^2 \hbar^3} \left(1 - \frac{\pi^2}{24} \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \right). \quad (81)$$

მიღებული სიმკვრივის გამოსახულება ელექტრონებისათვის n_e შედის წნევის მართობული კომპონენტის გამოსახულებაში (80) და ცხადია, რომ როდესაც $l = 0$ წნევა P_{\perp} არ ხდება ნულის ტოლი.

წნევის პარალელური კომპონენტისათვის იგივე პირობებში ($l = 0, \delta = -1, T = 0$) განტოლებების (63) და (78)-ის გამოყენებით მივიღებთ:

$$P_{\parallel e} = \gamma \left(\frac{n_e}{H} \right) n_e, \quad (82)$$

სადაც $\gamma = \frac{\pi^4 \hbar^4}{9m_e c^2}$.

3.2.3. ელექტრონების სითხის კუმშვადობა

(80) და (82) ფორმულების გამოყენებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ კუმშვადობა ორივე მიმართულებით:

$$u_{\perp}^2 = \frac{1}{m_e} \frac{\partial P_{\perp}}{\partial n_e} = \frac{\hbar w_{ce}}{3m_e}. \quad (83)$$

როგორც ვხედავთ, კუმშვადობა ველის მართობულ სიბრტყეში არ შეიცავს ნაწილაკების სიმკვრივეს, ისევე როგორც ტემპერატურას. კუმშვადობა მხოლოდ ტემპერატურის ფუნქციაა, შესაბამისად ასეთი სიჩქარე არის ახალი.

მაგნიტური ველის გასწვრივ კუმშვადობა არის:

$$u_{\parallel}^2 = \frac{1}{m_e} \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial n_e} = \frac{3\gamma}{m_e} \left(\frac{n_e}{H} \right)^2. \quad (84)$$

აქვე აღვნიშნავთ რომ მაგნიტური ველის გაზრდისას კუმშვადობის განივი მდგენელი იზრდება, ხოლო გასწვრივი მდგენელი მცირდება.

3.2.4. მაგნიტური ძაფების ტალღები

განვიხილოთ დაბალი სიხშირის ელექტრომაგნიტური ტალღები, რომლებიც ვრცელდება მუდმივი მაგნიტური ველის \mathbf{B}_0 გასწვრივ. z ღერძი მივმართოთ მაგნიტური ველის

გასწვრივ $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$, ხოლო y ღერძი ელექტრული ველის გასწვრივ $\mathbf{E} = E \mathbf{y}$, ტალღური ვექტორი კი: $\mathbf{k} = k \mathbf{x}$ მიმართულია x ღერძის გასწვრივ.

ჩაწეროთ მაგნიტოჰიდროდინამიკის განტოლებები იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ყველა მიღევადი პროცესი შესაძლებელია უგულვებელყოფთ. ასეთ შემთხვევაში განტოლებებია:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{mn} \frac{\partial}{\partial x} \left(P_{\perp} + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_e m_i} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sqrt{n}, \quad (85)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n u = 0, \quad (86)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u B = 0, \quad (87)$$

სადაც წნევის მართობული კომპონენტები განისაზღვრება განტოლება (80)-ით.

განტოლებებიდან (86) და (87) გამომდინარეობს "ჩაყინულობის" პირობა, რაც ნიშნავს რომ მაგნიტური ველის ძალწირები "ჩაყინულია" გამტარ სითხეში და შესაბამისად იძულებულნი არიან იმოდრონ სითხესთან ერთად.

$$\frac{B}{n} = const. \quad (88)$$

ფორმულა (88)-ის გამოყენებით, შევცვალოთ B (85) განტოლებაში, რის შედეგადაც მივიღებთ:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{mn} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\hbar \omega_c n_0}{3} \frac{n}{n_0} + \frac{B_0^2}{8\pi} \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \right) + \frac{\hbar^2}{2m_e m_i} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sqrt{n}. \quad (89)$$

(86)-ე და (89)-ე განტოლებების გაწრფივების შედეგად მივიღებთ დისპერსიას:

$$\omega^2 = \frac{2}{3} \frac{\hbar \omega_c}{m_e} k^2 + k^2 V_A^2 \frac{\hbar^2 k^4}{4m_e m_i} = (C_{st}^2 + V_A^2) k^2 + \omega_q^2, \quad (90)$$

სადაც $\omega_q = \frac{\hbar k^2}{2\sqrt{m_e m_i}}$ კვანტური რხევების სიხშირე, $V_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi m_e n_0}}$ ალფენის სიჩქარე და $C_{st} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_c}{3m_e}}$ ძაფების სიჩქარე. დისპერსიის გამოყვანისას მივიჩნით, რომ მცირე შეშფოთებები პროპორციულია $e^{i(kx-\omega t)}$ -ს.

ტალღები ასეთი დისპერსიით (90) შეგვიძლია ვუწოდოთ მაგნიტური ძაფების ტალღები.

3.3. რიჩარდსონის ეფექტი

იდეალური ფერმი გაზის განაწილების თანახმად, სასრული ტემპერატურებისათვის, მეტალის გამტარებლობის ზონაში არსებული ელექტრონებისათვის, იარსებებენ ისეთი ელექტრონები, რომელთა ენერგიაც არის საკმარისი იმისათვის რომ მათ დატოვონ მეტალი. რიჩარდსონის დენის დასათვლელად ჩავთვალოთ, რომ გამტარებლობის ზონაში არსებული ელექტრონები იქცევიან როგორც დამოუკიდებელი ნაწილაკები მეტალი იონების და ელექტრონების ურთიერთქმედების შედეგად შექმნილ მუდმივ უარყოფით W პოტენციურ ორმოში. მუშაობის ფუნქცია φ განიმარტება როგორც მინიმალური აუცილებელი ენერგია ელექტრონის მიერ მეტალის დასატოვებლად.

ყველა ელექტრონი რომელიც შეეჯახება ზედაპირის ელემენტს $dxdy = dS_z$ იმპულსით P_z , და დააკმაყოფილებს პირობას $\varepsilon_z = \frac{P_z^2}{2m_e} \geq W$ დატოვებს მეტალს მიუხედავად იმპულსის პერპენდიკულარული მდგენელების მნიშვნელობისა. ნაშრომის დარჩენილ ნაწილში მიჩნეულია, რომ მეტალის ზედაპირის ნორმალ მიმართულია z ღერძის გასწვრივ.

ელექტრონების დენის სიმკვრივე რომელიც ტოვებს მეტალს მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$J_z = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int_{\sqrt{2m_e W}}^{\infty} dP_z \frac{P_z}{m_e} \int_{-\infty}^{\infty} dP_x \int_{-\infty}^{\infty} dP_y f, \quad (91)$$

სადაც ვითვლით ნაწილაკების რაოდენობას, რომელთაც გააჩნიათ საკმარისი იმპულსი z ღერძის გასწვრივ მეტალის დასატოვებლად. z ღერძი მიმართულია მეტალის ზედაპირის ნორმალის გასწვრივ, m_e ელექტრონის მასაა, f ელექტრონების აღმწერი განაწილების ფუნქცია.

3.3.1. რიჩარდსონის ეფექტი ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის

თავდაპირველად განვიხილავთ რიჩარდსონის ეფექტს ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციისათვის. მაგნიტური ველი ავიღოთ ზედაპირის ნორმალის გასწვრივ (**ნახ.10A**). დენის სიმკვრივის განტოლებაში (91) ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციის (30) ჩასმით და მისი ინტეგრირებით მარტივად მივიღებთ:

$$J_z^\perp = \frac{em\varepsilon_\perp T}{\pi^2 \hbar^3} e^{-W/T}, \quad (92)$$

სადაც J_z^\perp რიჩარდსონის დენის მნიშვნელობაა მაგნიტური ველის და მეტალის ზედაპირის პერპენდიკულარული კონფიგურაციისათვის. თუ მაგნიტური ველი სუსტია: $T \gg \hbar w_{ce}$, მივიღებთ უკვე ცნობილ დენის სიმკვრივის გამოსახულებას კლასიკური რიჩარდსონის ეფექტისათვის:

$$J_z^\perp = en \left(\frac{T}{2\pi m} \right)^{1/2} e^{-W/T} = \frac{emT^2}{2\pi^2 \hbar^3} e^{-W/T} \equiv J_z^{RCM}. \quad (93)$$

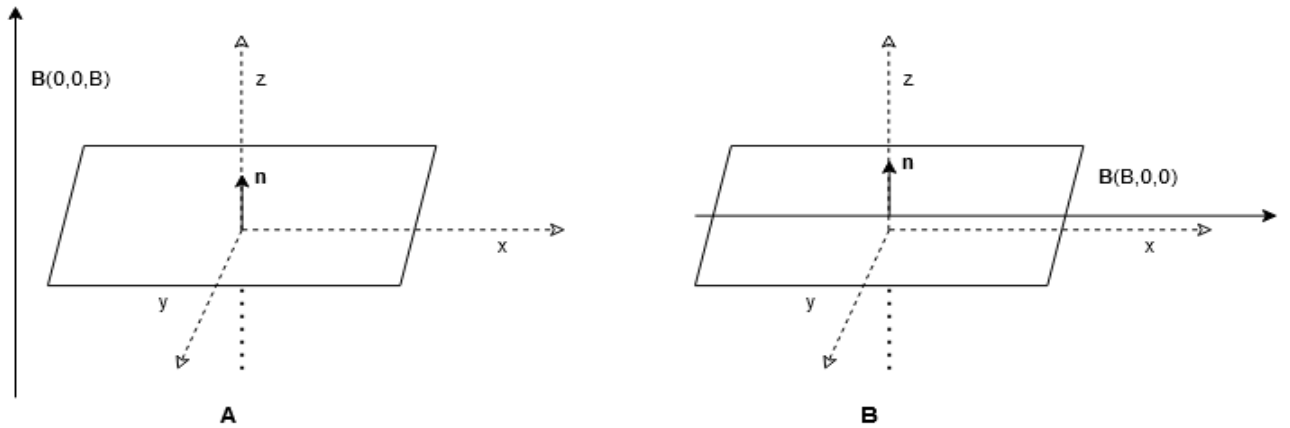
ძლიერი მაგნიტური ველის შემთხვევაში: $T \ll \hbar w_{ce}$ და

$$J_z^\perp(H) = \frac{em\hbar w_{ce} T}{4\pi^2 \hbar^3} e^{-W/T} = \left(\frac{\hbar w_{ce}}{2T} \right) J_z^{RCM}, \quad (94)$$

სადაც J_z^{RCM} რიჩარდსონის დენის სიმკვრივეა კლასიკური ბოლცმანის განაწილების შემთხვევისათვის. **ნახ.11-ზე**, მარცხნივ მოცემულია დენის დამოკიდებულება მაგნიტური და სითბური ენერგიების ფარდობაზე. გრაფიკიდან კარგად ჩანს, რომ როდესაც მაგნიტური ველი ძლიერია დენის ძალა წრფივადაა დამოკიდებული ენერგიების ფარდობაზე.

ბოლო გამოსახულება აჩვენებს რიჩარდსონის ეფექტის ძლიერად გაზრდას ძლიერ, გარეშე მაგნიტურ ველში: $J_z^\perp(H) \gg J_z^{RCM}$.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც მაგნიტური ველი მეტალის ზედაპირის გასწვრივ არის მიმართული და ის ზედაპირის ნორმალის მართობულია ($\mathbf{B} \perp \mathbf{n}$) (**ნახ.10B**).



ნახ.10: *მაგნიტური ველის მიმართულება. A - მაგნიტური ველი ზედაპირის ნორმალის გასწვრივაა მიმართული; B - მაგნიტური ველი ზედაპირის გასწვრივაა მიმართული*

მაგნიტური ველის მიმართულებად ავირჩიოთ x ღერძი. ამ შემთხვევაშიც მეტალის ზედაპირის ნორმალი z მიმართულებითაა. კომპონენტებად წარმოდგენისას $\mathbf{B} = (B, 0, 0)$ და $\mathbf{n} = (0, 0, n)$. ლანდაუ-კელის განაწილებაში (30) შევცვალებთ ინდექსები იმისათვის, რომ გაითვალისწინოს მაგნიტური ველის ახალი კონფიგურაცია.

ახალი ინდექსებისათვის გადაწერილ განაწილების ფუნქციის სახეა:

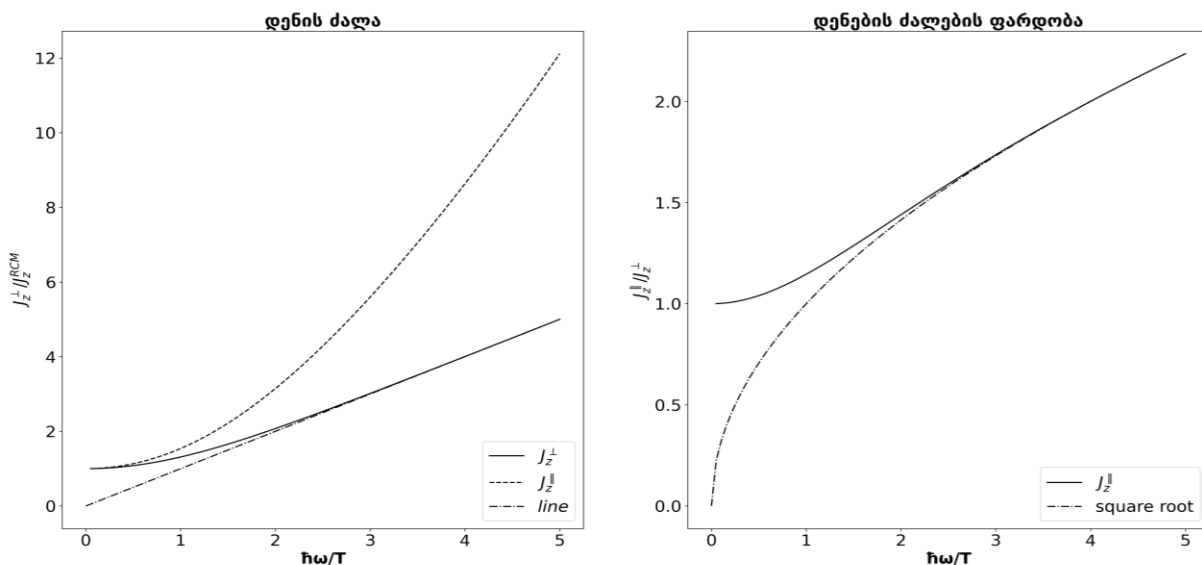
$$f = \exp\left(-\frac{p_x^2}{2mT} - \frac{p_z^2}{2m\varepsilon_\perp} - \frac{p_y^2}{2m\varepsilon_\perp}\right). \quad (95)$$

განტოლება (91)-ის გაინტეგრებით მივიღებთ ელექტრონების დენის გამოსახულებას ველის და მეტალის ზედაპირის პარალელური კომბინაციისათვის:

$$J_z^\parallel = \frac{em\varepsilon_\perp\sqrt{\varepsilon_\perp T}}{2\pi^2\hbar^3} e^{-W/\varepsilon_\perp}. \quad (96)$$

ნახ.11-ზე, მარცხნივ, მოცემულია დენის დამოკიდებულება მაგნიტური და თერმული ენერგიების ფარდობაზე. გრაფიკიდან ჩანს, რომ როდესაც მაგნიტური ველი ძლიერია დენის ძალა ხარისხობრივადაა დამოკიდებული ენერგიების ფარდობაზე. დამოკიდებულების ხარისხი არის 3/2.

რიჩარდსონის დენის დამოკიდებულება მაგნიტური და სითბური ენერგიების ფარდობაზე



ნახ.11: რიჩარდსონის დენის გამოსახულება ლანდაუ კელის განაწილების ფუნქციისათვის. მარჯვნივ: დენის ძალის, ველის ენერგიაზე დამოკიდებულება მაგნიტური ველის პარალელური და მართობული ორიენტაციისათვის. x ღერძზე გადაზომილია მაგნიტური ველის ენერგიის სითბურ ენერგიასთან ფარდობა, y ღერძზე გადაზომილია დენის ძალა უგანზომილებო ერთეულებში. მარცხნივ: პარალელური და მართობული კონფიგურაციის დენის ძალების ფარდობა. x ღერძზე გადაზომილია მაგნიტური ველის ენერგიის სითბურ ენერგიასთან ფარდობა, y ღერძზე გადაზომილია დენის ძალების ფარდობა.

შევადართო ელექტრონების ნაკადის გამოსახულებები მაგნიტური ველის პარალელური (96) და მართობული (92) კონფიგურაციისათვის. აქვე აღვნიშნოთ, რომ როდესაც მაგნიტური ველი ნულისკენ მიისწრაფვის ორივე გამოსახულება ხდება ბოლცმანის განაწილების დენის სიმკვრივის J_z^{RCM} ტოლი, ხოლო მათი ფარდობა 1.

$$J_z^\parallel / J_z^\perp = \sqrt{\varepsilon_\perp / T} \exp[W/T - W/\varepsilon_\perp]. \quad (97)$$

მაგნიტური ველის გავლენით, ველის მართობულ სიბრტყეში ელექტრონების ენერგია იზრდება და ცხადია $\varepsilon_\perp > T$, რაც ნიშნავს იმას, რომ ველის მეტალის ზედაპირის გასწვრივ მოდებისას გამომავალი ელექტრონების ნაკადი უფრო ძლიერია, ვიდრე ველის

ზედაპირის მართობული კონფიგურაციისას და $J_z^{\parallel}/J_z^{\perp} > 1$. სხვა სიტყვებით, მაგნიტური ველი უფრო ეფექტურად ზრდის ელექტრონების ნაკადს როდესაც ის მეტალის ზედაპირის გასწვრივაა მოდებული. ნახ.11-ზე, მარჯვნივ, მოცემულია დენის ძალების ფარდობის გრაფიკი. ძლიერი მაგნიტური ველებისათვის დენების ფარდობა პროპორციულია ენერგიების ფარდობიდან ფესვის.

3.3.2. რიჩარდსონის ეფექტი კელის განაწილებისათვის

განვიხილოთ რიჩარდსონის ეფექტი გადაგვარებული ფერმი ელექტრონების გაზისათვის მეტალებში, როდესაც გვაქვს ძლიერი გარეშე მაგნიტური ველი და ამ შემთხვევაში გამოვიყენოთ კელის განაწილების ფუნქცია.

ელექტრონების დენის სიმკვრივე კელის მოდელისათვის შესაძლებელია ვიანგარიშოთ (91) ფორმულის გამოყენებით, თუ მასში შევიტანთ კელის განაწილების სახეს f^k განსაზღვრულს (60) ფორმულით.

$$J_z = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int_{\sqrt{2m_e W}}^{\infty} dP_z \frac{P_z}{m_e} \int_{-\infty}^{\infty} dP_x \int_{-\infty}^{\infty} dP_y f^k. \quad (98)$$

ბოლო გამოსახულების ინტეგრირება P_x და P_y -ით დაიყვანს შემდეგი სახის ინტეგრალად:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c}{2\pi^2\hbar^3} \sum_{l=0}^{\infty} \int_{\sqrt{2m_e W}}^{\infty} dP_z \frac{P_z}{\exp\left[\frac{P_z^2/(2m) + \hbar\omega_c l - \mu}{T}\right] + 1}. \quad (99)$$

ეს განტოლება შეგვიძლია გადავწეროთ სხვა ფორმით:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2\hbar^3} \sum_{l=0}^{\infty} \int_{W/T}^{\infty} \frac{dx}{e^{x+\Delta_l} + 1}, \quad (100)$$

სადაც $x = \frac{p_z^2}{2mT}$ და $\Delta = \frac{\hbar\omega_c l - \mu}{T}$. შესაბამისად x -ით ინტეგრირების შედეგია:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2 \hbar^3} \sum_{l=0}^{\infty} \ln \left(1 + \exp \left[\frac{-(W - \mu) - \hbar\omega_c l}{T} \right] \right). \quad (101)$$

უკანასკნელ გამოსახულებაში ექსპონენციალური წევრი ძალიან მცირეა, მაშინაც კი როდესაც $l = 0$ და $T = 2000K$, რაც საშუალებას გვაძლევს გავშალოთ ლოგარითმი მწკრივად:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2 \hbar^3} e^{(W-\mu)/T} \sum_{l=0}^{\infty} e^{-(\hbar\omega_c l)/T}. \quad (102)$$

გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი 0-დან უსასრულობამდე იქნება:

$$\sum_{l=0}^{\infty} e^{-(\hbar\omega_c l)/T} = \frac{1}{1 - e^{-(\hbar\omega_c)/T}}. \quad (103)$$

ელექტრონების დენის სიმკვრივე საბოლოოდ მიიღებს სახეს:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{e^{(W-\mu)/T}}{1 - e^{-(\hbar\omega_c)/T}}. \quad (104)$$

განტოლებაში ფერმი ენერგია ε_F და პოტენციური ორმოს სიღრმე W შევცვალოთ გამოსვლის მუშაობით φ :

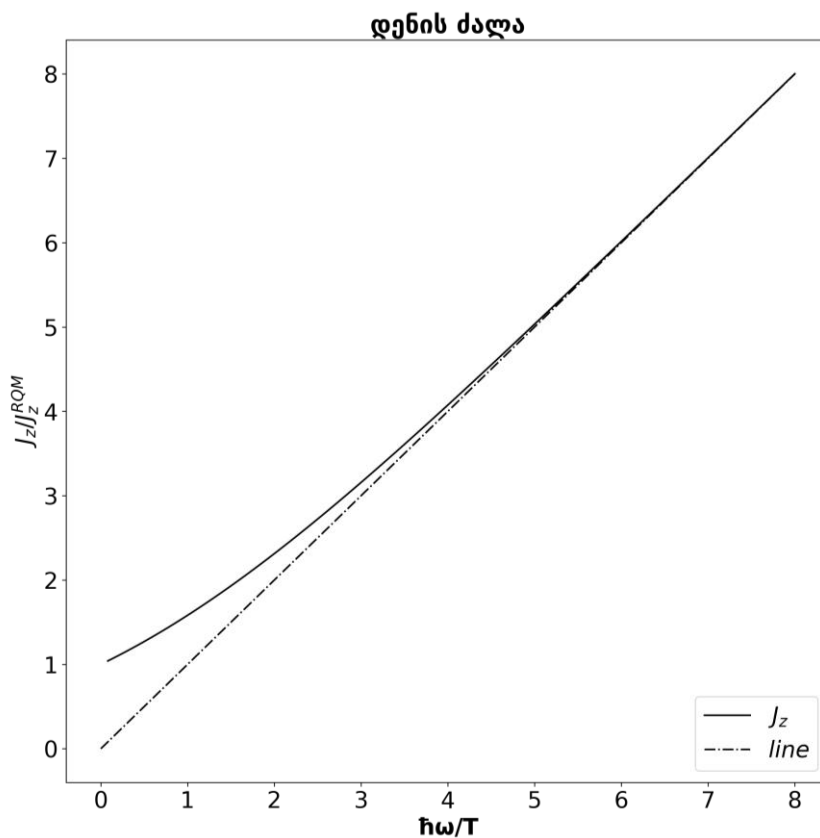
$$\varphi = W - \varepsilon_F > 0$$

დენის სიმკვრივისათვის მივიღებთ:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{e^{-\varphi/T}}{1 - e^{-(\hbar\omega_c)/T}}. \quad (105)$$

განვიხილოთ ზღვარი როდესაც გარეშე მაგნიტური ველი ნულის ტოლია: $\hbar\omega_c = 0$. (93)
 განტოლების ზღვარზე გადასვლით მივიღებთ უკვე ცნობილ რიჩარდსონის დენის
 სიმკვრივეს J_z^{RQM} კვანტურ შემთხვევაში გარეშე მაგნიტური ველის არარსებობისას:

$$J_z = \frac{em_e T^2}{2\pi^2 \hbar^3} e^{-\phi/T} \equiv J_z^{RQM}. \quad (106)$$



ნახ.12: რიჩარდსონის დენი კელის განაწილებისათვის. დენის ძალის, ველის ენერგიაზე დამოკიდებულება. x ღერძზე გადაზომილია მაგნიტური ველის ენერგიის სითბურ ენერგიასთან ფარდობა, y ღერძზე გადაზომილია დენის ძალა უგანზომილებო ერთეულებში.

ეს გამოსახულება მცირედით განსხვავდება კლასიკური დენის გამოსახულებისაგან ბოლცმანის განაწილების დროს (93). განსხვავება გამოიხატება იმაში, რომ კლასიკური შემთხვევისას გამოსახულებაში არსებული პოტენციური ორმოს W ნაცვლად კვანტურ

შემთხვევაში გვაქვს ორმოს ეფექტური“ სიღრმე, და ის შემცირებული ε_F ფერმი ენერჯის სიდიდით.

ძლიერი მაგნიტური ველის შემთხვევაში, როდესაც $\hbar\omega_c \gg T$ დენის გამოსახულება ხდება:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e T}{2\pi^2 \hbar^3} e^{-\varphi/T}.$$

გადავწეროთ დენის გამოსახულება J_z^{RQM} მაგნიტური ველის გარეშე არსებული დენის სიმკვრივის გამოყენებით:

$$J_z(H) = \frac{em_e T^2}{2\pi^2 \hbar^3} e^{-\varphi/T} \frac{\hbar\omega_c}{T} = J_z^{RQM} \frac{\hbar\omega_c}{T}. \quad (107)$$

თუ შევადარებთ (94) და (107) გამოსახულებებს, ცხადად დავინახავთ, რომ ძლიერი მაგნიტური ველის არსებობისას დენის ზრდის კოეფიციენტი ორივე შემთხვევაში მაგნიტური ველის ენერჯის და სითბური ენერჯის ფარდობის ტოლია (ნახ.12). ასევე ცხადად ჩანს, რომ მუდმივი ტემპერატურისას, მაგნიტური ველის გაზრდა ეხმარება ელექტრონებს დატოვონ მეტალი და ზრდის რიჩარდსონის დენის სიმკვრივეს როგორც ლანდაუს, ისევე ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციებისათვის.

3.4. ჰალვაჩის ეფექტი

ჩვენ უკვე განვიხილეთ თერმიონული ემისია, როდესაც გამტარებლობის ზონაში მყოფი ელექტრონები ტოვებენ მეტალს სითბური ენერგიის გამოყენებით. ახლა კი გამოვითვლით ელექტრონების დენის სიმკვრივეს მეტალიდან გამოსვლისას, როდესაც მეტალს ვასხივებთ მაღალი ენერგიის, მოკლე ტალღის მქონე ფოტონებს (ჰალვაჩის ეფექტი [Greiner et al. 2012] გვერდები: 353-354). მეტალებისათვის გამოვიყენებთ იგივე მოდელს, რასაც რიჩარდსონის ეფექტის შემთხვევაში და ჩავთვლით რომ გამტარებლობის ზონაში არსებული ელექტრონი, რომელიც ჩაიჭერს ფოტონს, ენერგიით $\hbar\omega$, მიიღებს მას დამატებით კინეტიკურ ენერგიად. ვუშვებთ რომ ელექტრონებს მეტალში შეუძლიათ ჩაიჭირონ ფოტონი სრულიად, რადგან მეტალში საკმარისი რაოდენობის ნაწილაკებია იმპულსის შენახვის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ასეთ ელექტრონებს შეუძლიათ დატოვონ მეტალი ზედაპირის ნორმალის, z მიმართულებით, თუ სრულდება პირობა $p_z^2/2m + \hbar\omega > W$, სადაც p_z ელექტრონის იმპულსია და W მეტალის პოტენციური ორმოს სიღრმე.

ელექტრონების დენის სიმკვრივისათვის შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$J_z = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int_{\sqrt{2m_e(W-\hbar\omega)}}^{\infty} dP_z \frac{P_z}{m_e} \int_{-\infty}^{\infty} dP_x \int_{-\infty}^{\infty} dP_y f. \quad (108)$$

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ J_z არის დენის სიმკვრივე მხოლოდ ფოტონებზე გაბნეული ელექტრონებისა, რომლებიც ტოვებენ მეტალს. გაბნეული ელექტრონების რაოდენობა იზრდება დასხივების ინტენსივობის ზრდის პროპორციულად და არ არის პირდაპირ კავშირში ფოტონების ენერგიასთან. J_z -ში არ არის გათვალისწინებული ის ელექტრონები, რომლებიც არ განიბნევიან ფოტონებზე და ამიტომ საბოლოო დენის გამოსახულებაში აუცილებელია შემოვიტანოთ პროპორციულობის კოეფიციენტი, რომელიც გაითვალისწინებს მეტალის არეკვლის კოეფიციენტს, დასხივების ინტენსივობას და გაბნევის ალბათობას.

3.4.1. ჰალვაჩის ეფექტი ლანდაუ-კელის განაწილებისათვის

თავდაპირველად განვიხილოთ ჰალვაჩის ეფექტი ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციისათვის. მაგნიტური ველი მეტალის ზედაპირის მართობულად ავილოთ. დენის სიმკვრივის გამოსახულების (108) ინტეგრირებით (30) განაწილებისათვის მარტივად მივიღებთ დენის გამოსახულებას გაბნეული ფოტონებისათვის:

$$J_z = \frac{em\varepsilon_{\perp}T}{2\pi^2\hbar^3} e^{(\hbar\omega - W)/T}. \quad (109)$$

ეს შეესაბამება წინა პარაგრაფში მიღებულ სითბური ემისიის ფორმულას (92), $\hbar\omega$ ენერგიით შემცირებული გამოსვლის მუშაობისათვის. ფოტონების ენერგიის (სიხშირის) გაზრდა გაბნეული ელექტრონების დენის სიმკვრივეს ექსპონენციალურად ზრდის (ნახ.13). იმ შემთხვევაში, როდესაც ფოტონების ენერგია ზუსტად გამოსვლის ენერგიის ტოლია, $\hbar\omega = W$, დენის სიმკვრივე იღებს ფორმას:

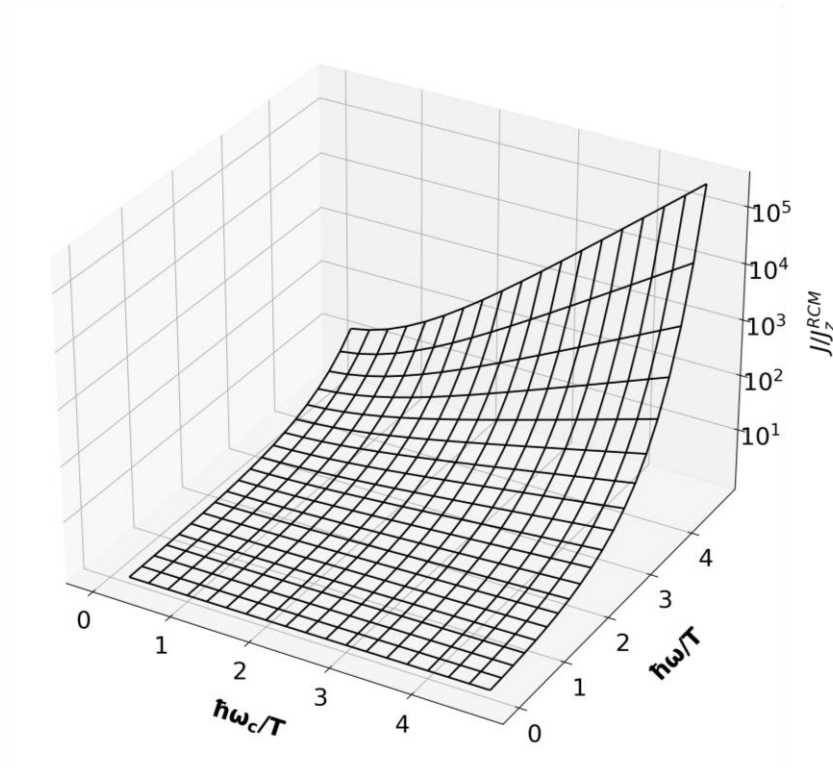
$$J_z = em\varepsilon_{\perp}T/(2\pi^2\hbar^3)$$

და შესაბამისად ძლიერ განსხვავდება ნულისაგან სითბური ადგენებების არსებობის გამო.

იმისათვის რომ გავითვალისწინოთ გაუბნეველი ელექტრონებიც, შემოვიტანოთ α კოეფიციენტი, რომელიც არის ფოტონებზე გაბნეული ელექტრონების წილი და შესაბამისად მისი მნიშვნელობა იცვლება $[0,1]$ შუალედში, სადაც 0 ნიშნავს რომ არცერთი ელექტრონი არ გაიბნევა და 1 ნიშნავს რომ ყველა ფოტონი გაიბნევა.

სრული დენის გამოსახულება მიიღებს ფორმას:

$$J_z = \alpha \frac{em\varepsilon_{\perp}T}{2\pi^2\hbar^3} e^{(\hbar\omega - W)/T} + (1 - \alpha) \frac{em\varepsilon_{\perp}T}{2\pi^2\hbar^3} e^{-W/T}$$



ნახ.13: დენის გამოსახულება ლანდაუ კელის განაწილებისათვის. უგანზომილებო დენის ძალის დამოკიდებულება მაგნიტურ ველსა და ფოტონის ენერგიაზე. ფიქსირებული მაგნიტური ველისას დენი იზრდება ექსპონენციალურად ფოტონის ენერგიის ზრდით. ფიქსირებული ფოტონის ენერგიისათვის დენი იზრდება როგორც რიჩარდსონის დენი შემცირებული გამოსვლის მუშაობით.

და

$$J_z = J_z^{RCLK} (1 + \alpha(e^{h\omega/T} - 1)), \quad 110$$

სადაც J_z^{RCLK} (92) ფორმულით მოცემული რიჩარდსონის დენის სიმკვრივეა ლანდაუ კელის განაწილებისათვის.

3.4.2. ჰალვაჩის ეფექტი კელის განაწილებისათვის

განვიხილოთ ჰალვაჩის ეფექტი გადაგვარებული ფერმი ელექტრონებისათვის მეტალში. ამ მიზნით გამოვიყენოთ კელის განაწილები ფუნქცია. ელექტრონების დენის ნაკადის გამოსახულება შეგვიძლია გამოვითვალოთ (108) ფორმულით, სადაც კელის განაწილების ფუნქცია f^K განმარტებულია (60) ფორმულით.

რიჩარდსონის ეფექტის დათვლისას გამოყენებულ მეთოდზე მიყოლით მივიღებთ დენის გამოსახულებას ჰალვაჩის ეფექტისათვისაც:

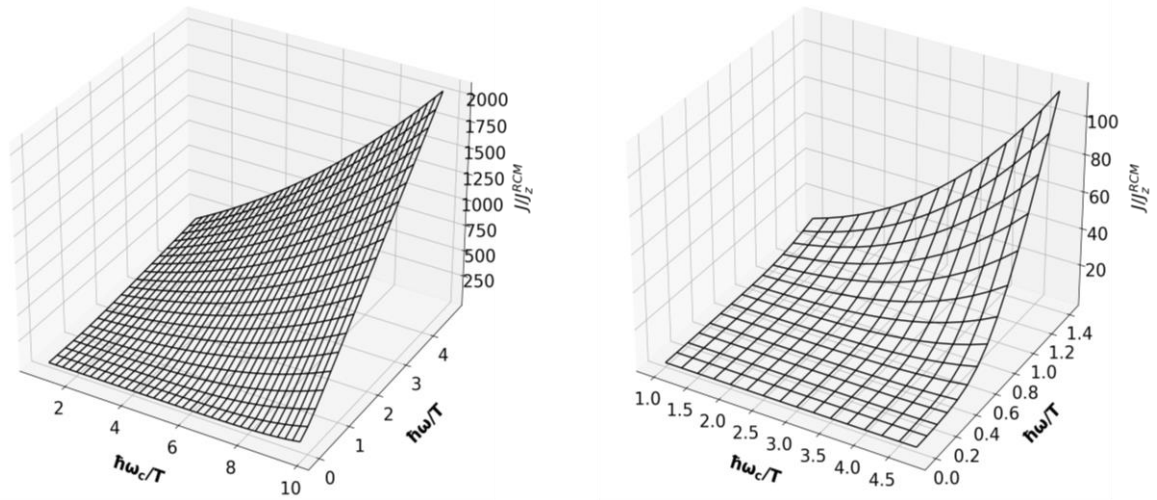
$$J_z = \frac{e\hbar\omega_{ce}m_eT}{2\pi^2\hbar^3} \sum_{l=0}^{\infty} \ln \left(1 + \exp \left[\frac{\mu + \hbar\omega - W - \hbar\omega_{ce}l}{T} \right] \right). \quad (111)$$

ამ გამოსახულებაში, წინასაგან განსხვავებით, ვეღარ დავუშვებთ რომ ექსპონენციალური წევრი ძალიან მცირეა, რადგან ფოტონების ენერგიამ შესაძლოა დააკომპენსიროს W პოტენციურ ორმოს სიღრმესა და $\hbar\omega_{ce}l$ მაგნიტური ველის ენერგიას შორის განსხვავება.

განვიხილოთ ზღვრული შემთხვევები. თავდაპირველად ავიღოთ (111) განტოლების ზღვარი როდესაც დასხივებული ფოტონების ენერგია მცირეა გამოსვლის მუშაობასთან შედარებით. ამ შემთხვევაში $\exp[(\mu + \hbar\omega - W)/T] \ll 1$. გავშალოთ ლოგარითმი ხარისხოვან მწკრივად და გეომეტრიული პროგრესიის აჯამვით მივიღებთ:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_{ce}m_eT}{2\pi^2\hbar^3} \frac{e^{-(\mu - \hbar\omega)/T}}{1 - e^{-(\hbar\omega_{ce})/T}}. \quad (112)$$

დენის სიმკვრივის გამოსახულებიდან ჩანს, რომ დაბალი ენერგიის ფოტონებით დასხივება ზრდის დენის სიმკვრივეს, რადგან ის ეფექტურად ამცირებს გამოსვლის მუშაობას და უფრო მეტ ელექტრონს, რომლებიც ფოტონებზე განიბნევიან შეუძლიათ მეტალის დატოვება.



ნახ.14: დენის გამოსახულება ლანდაუ კელის განაწილებისათვის. უგანზომილებო დენის ძალის დამოკიდებულება მაგნიტურ ველსა და ფოტონის ენერგიაზე. როდესაც გვაქვს მაღალი ენერგიის მაგნიტური ველი და ფოტონები, დენის ძალა წრფივად იცვლება (მარცხენა გრაფიკი), ხოლო როდესაც ფოტონებს აქვთ მცირე ენერგია ზრდა ექსპონენციალურია (მარჯვენა გრაფიკი).

განვიხილოთ ზღვარი, როდესაც ფოტონების ენერგია გაცილებით მეტია პოტენციური ორმოს სიღრმეზე და ფერმის ენერგიაზე: $\hbar\omega - W - \mu \gg T$, ამასთანავე მაგნიტური ველი ძლიერია და აკმაყოფილებს პირობას: $\hbar\omega_{ce} \gg \hbar\omega - W - \mu$. ამ შემთხვევისათვის განტოლება მიღებული დენის სიმკვრივის გამოსახულებაა:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_{ce}m_e}{2\pi^2\hbar^3}(\hbar\omega + \mu - W). \quad (113)$$

დენის სიმკვრივე ფოტონის ენერგიის პროპორციულია და წრფივად იზრდება მის გაზრდასთან ერთად (ნახ.14 მარცხნივ).

არ დაგვავიწყდეს, რომ ორივე ზღვრულ შემთხვევაში მიღებული დენის გამოსახულება ჩაწერილია მხოლოდ ფოტონებზე გაბნეული ელექტრონებისათვის და სრული დანის დათვლისათვის ამ შემთხვევაშიც უნდა შემოვიტანოთ α პროპორციულობის კოეფიციენტი.

დაბალი ენერგიის ფოტონებისათვის, განტოლება (112)-დან სრული დენისათვის მიიღება გამოსახულება:

$$J_z = J_z^{RCK} (1 + \alpha(e^{\hbar\omega/T} - 1)) \quad 114$$

სადაც J_z^{RCK} (105) ფორმულით მოცემული რიჩარდსონის დენის სიმკვრივეა კელის განაწილებისათვის.

მაღალი ენერგიის ფოტონებისათვის და ძლიერი მაგნიტური ველებისათვის განტოლება (113)-დან მიიღება:

$$J_z = \frac{e\hbar\omega_c m_e}{2\pi^2 \hbar^3} (1 + \alpha(\frac{\hbar\omega - \varphi}{T} - 1)). \quad (115)$$

4. ნაშრომში მიღებული ძირითადი შედეგები

ნეიტრალური ფერმი სითხისათვის, ნაწილაკების წყვილური ურთიერთქმედებისას:

- ვაჩვენეთ, რომ სითხეში შეიძლება გავრცელდეს გაუხშობელი cnoidal და სოლიტონური ამონახსნები.
- შევისწავლეთ ამ ამონახსნების ფორმის და სიჩქარის დამოკიდებულება წყვილური ურთიერთქმედების ტიპზე.

შედეგები გამოქვეყნებულია შრომაში [Peradze and Tsintsadze, *Low Temperature Physics* (2019)].

გადაუგვარებელი გარემოსათვის მაგნიტურ ველში, ლანდაუ-კელის განაწილების ფუნქციის გამოყენებით:

- გამოვიყვანეთ ელექტრონების სითბოტევადობის ახალი გამოსახულება.
- ვაჩვენეთ რომ პლაზმა არამდგრადია ვეიბელის არამდგრადობის მიმართ და დავითვალეთ ზრდის ტემპის ახალი გამოსახულება.
- გამოვითვალეთ რიჩარდსონის და ჰალვაჩის დენის ახალი გამოსახულებები.

გადაგვარებული გარემოებისათვის ძლიერ მაგნიტურ ველში, კელის განაწილების ფუნქციის გამოყენებით:

- გამოვიყვანეთ ელექტრონების სითბოტევადობის ახალი გამოსახულებები მაგნიტური ველის სხვადასხვა სიძლიერისათვის.
- დავითვალეთ წნევის და კუმშვადობის მართობული და პერპენდიკულარული კომპონენტები.
- გამოვითვალეთ რიჩარდსონის და ჰალვაჩის დენის ახალი გამოსახულებები.

შედეგები გამოქვეყნებულია შრომებში [Tsintsadze et al. *J. Plasma Phys.* (2020), Tsintsadze et al. *Bulletin of the Georgian Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, (2017)].

5. დასკვნა

ნაშრომში განვიხილეთ კვანტური ფერმი სითხის სხვადასხვა ასპექტები.

ფერმის ნეიტრალური, თითქმის იდეალური სითხისათვის, ნაწილაკებს შორის სუსტი წყვილური ურთიერთქმედების არსებობისას, ახალი კვანტური კინეტიკური განტოლების გამოყენებით ავაგეთ ჰიდროდინამიკის განტოლებები მადელუნგის წევრით. ჰიდროდინამიკური განტოლებებიდან ერთგანზომილებიანი მარტივი ტალღების შესწავლისას მივიღეთ კორტევეგ-დე ვრიზის განტოლება. როგორც აღმოჩნდა ასეთ სითხეში შესაძლებელია გავრცელდეს გაუხშობელი სოლიტონური და პერიოდული ტალღები. ასეთი ტალღებისათვის ვაჩვენეთ, რომ ტალღების სიჩქარე და პროფილის ფორმა დამოკიდებულია ნაწილაკებს შორის ურთიერთქმედების ტიპზე (მიზიდვა/განზიდვა). ეს დამოკიდებულება აჩვენებს მხოლოდ ტენდენციას, თუ როგორ ცვლის ურთიერთქმედება სხვადასხვა პარამეტრებს (სიმკვრივეს, ტალღის ამპლიტუდას, ნახევარსიგანეს, სიჩქარეს) და არ ცვლის მოვლენის ბუნებას.

გარეშე ძლიერ, ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში მოთავსებული კვანტური პლაზმის აღსაწერად გამოვიყენეთ ორი განაწილების ფუნქცია გადაგვარებული და გადაუგვარებელი შემთხვევებისათვის. ლანდაუ კელის განაწილების ფუნქციისათვის მივიღეთ სითბოტევადობის გამოსახულება, რომელიც დამოკიდებულია გარეშე მაგნიტურ ველზე. სითბოტევადობა შემოსაზღვრულია და აქვს მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობები: სითბოტევადობა მცირდება მაგნიტური ველის ზრდასთან ერთად. გადაგვარებული გარემოებისათვის, კელის განაწილების ფუნქციით შევისწავლეთ სითბოტევადობა ორი შემთხვევისათვის. პირველ შემთხვევაში განვიხილეთ ძლიერი მაგნიტური ველები, როდესაც მაგნიტური ველის ენერგია მეტია ფერმის ენერგიაზე. ასეთ დროს ორბიტალურ კვანტურ რიცხვს შეუძლია მხოლოდ ერთი, ნულოვანი, მნიშვნელობის მიღება $l = 0$. სითბოტევადობა ამ შემთხვევაში იზრდება მაგნიტური ველის ზრდასთან ერთად. მეორე შემთხვევაში მაგნიტური ველის ენერგია ტოლია ფერმი ენერგიის, შესაბამისად ორბიტალურ კვანტურ რიცხვს შეუძლია მიიღოს

მნიშვნელობები $l = 0, 1$. სითბოტევადობა იზრდება მაგნიტური ველის ზრდასთან ერთად, ამასთანავე სითბოტევადობა იზრდება ტემპერატურის შემცირებით და სითბოტევადობის გამოსახულებას შეგვიძლია ვუწოდოთ ანომალური.

ველის განაწილების ფუნქციისათვის ასევე გამოვითვალეთ წნევის პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტების და სითხის კუმშვადობის მაგნიტურ ველზე დამოკიდებულება. ვაჩვენეთ, რომ მაგნიტური ველის გაზრდა იწვევს პერპენდიკულარული წნევის და კუმშვადობის გაზრდას და პარალელური წნევის და კუმშვადობის შემცირებას. აქვე აღსანიშნავია, რომ მართობული კუმშვადობა დამოკიდებულია მხოლოდ მაგნიტურ ველზე (არაა დამოკიდებული ტემპერატურასა და სიმკვრივეზე) და ეს გამოსახულება არის ახალი.

რიჩარდსონის და ჰალვაჩის დენის გამოსახულებები კლასიკურ და კვანტურ სისტემებში მაგნიტური ველის გარეშე კარგად ცნობილია. ნაშრომში შევისწავლეთ დენის გამოსახულება გარეშე ერთგვაროვანი მაგნიტური ველით და მოკლე ტალღის ფოტონებით მეტალზე მოქმედებისას. გადაგვარებული სისტემებისათვის გამოსვლის მუშაობა უფრო მცირეა ვიდრე გადაუგვარებელ სისტემებში. ამ მიზეზის გამო ფერმი განაწილებისათვის თერმიონული დენის მნიშვნელობა უფრო დიდია ვიდრე მაქსველის განაწილებისას. მეტალზე მისი ზედაპირის მართობული მაგნიტური ველის მოდებისას დენის გამოსახულება ძლიერად იზრდება როგორც ლანდაუს, ასევე ლანდაუ-ველის განაწილების ფუნქციებისათვის. საინტერესოა ის ფაქტი, რომ ძლიერი მაგნიტური ველებისათვის დენის სიმკვრივის მნიშვნელობა ორივე შემთხვევაში ერთნაირი, მაგნიტური ველის ენერგიის პროპორციული, მამრავლით განსხვავდება მაგნიტური ველის გარეშე ჩაწერილი რიჩარდსონის დენის სიმკვრივის გამოსახულებებისაგან. მეტალის ზედაპირის დამატებით მოკლე ტალღების ფოტონებით დასხივებისას დენის გამოსახულება ძლიერად იზრდება ორივე განაწილებისათვის, რადგან ფოტონები ელექტრონებს გადასცემენ დამატებით კინეტიკურ ენერგიას. ზღვრულ შემთხვევაში, როდესაც ფოტონების ენერგია გამოსვლის მუშაობის ტოლია, ელექტრონების დენის

გამოსახულება ძლიერად განსხვავებულია ნულისაგან, სითბური აღზნებების და მაგნიტური ველის არსებობის გამო.

სადოქტორო ნაშრომის ფარგლებში გამოქვეყნებული სტატიები:

სადოქტორო ნაშრომის მომზადების პროცესში გამოქვეყნდა სამი ნაშრომი, მათგან ორი დადებითი იმფაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში. გამოქვეყნებული შრომები:

1. Tsintsadze, L. N., **G. M. Peradze**, and N. L. Tsintsadze. „Landau–Kelly representation of statistical thermodynamics of a quantum plasma and electron emission from metals“. *Journal of Plasma Physics* **86**, no. 3 , id.905860309 (2020).
DOI: 10.1017/S0022377820000409
2. **Peradze, G. M.**, and N. L. Tsintsadze. „Solitons in normal Fermi liquid“. *Low Temperature Physics* **45**, no. 1 (2019): 103-106. DOI: 10.1063/1.5082319
3. Tsintsadze, L. N., **G. M. Peradze**, and N. L. Tsintsadze. „Landau-kelly representation of statistical thermodynamics of quantum plasma and magnetic string waves“. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences* (2017) **11(3)**:49-59

ბიბლიოგრაფია

- Barmina, E. V., A. A. Serkov, E. Stratakis, C. Fotakis, V. N. Stolyarov, I. N. Stolyarov, and G. A. Shafeev. Nano-textured W shows improvement of thermionic emission properties. *Applied Physics A* 106, no. 1 (2012): 1-4.
- Bisnovatyi-Kogan, G. S. The Explosion of a Rotating Star As a Supernova Mechanism. *Astronomicheskii Zhurnal* 47 (1970): 813.
- Bohm, D., and D. Pines. A collective description of electron interactions. A collective description of electron interactions. *Phys. Rev* 92, no. 3 (1953): 609-625.
- Canuto, Vittorio, and Hong-Yee Chiu. Thermodynamic properties of a magnetized fermi gas. *Physical Review* 173, no. 5 (1968): 1220.
- Canuto, V., and H. Y. Chiu. Intense magnetic fields in astrophysics. *Space Science Reviews* 12, no. 1 (1971): 3-74.
- Chiu, Hong-Yee, and Vittorio Canuto. Properties of high-density matter in intense magnetic fields. *Physical Review Letters* 21, no. 2 (1968): 110.
- Cooper, Leon N. Bound electron pairs in a degenerate Fermi gas. *Physical Review* 104, no. 4 (1956): 1189.
- De Haas, W. J., and P. M. Van Alphen. The dependence of the susceptibility of diamagnetic metals upon the field. In *Proc. Netherlands Roy. Acad. Sci*, vol. 33, no. 1106, p. 170. 1930.
- Eliasson, Bengt, and Padma Kant Shukla. Dispersion properties of electrostatic oscillations in quantum plasmas. *Journal of plasma physics* 76, no. 1 (2010): 7-17.
- Fogaça, D. A., F. S. Navarra, and L. G. Ferreira Filho. Korteveg-de Vries solitons in a cold quark-gluon plasma. *Physical Review D* 84, no. 5 (2011): 054011.
- Galitskii, V. M. The energy spectrum of a non-ideal Fermi gas. *Sov. Phys. JETP* 7, no. 1 (1958): 104.
- Gradshteyn, Izrail Solomonovich, and Iosif Moiseevich Ryzhik. *Table of integrals, series, and products*. Academic press, 2014.
- Greiner, Walter, Ludwig Neise, and Horst Stöcker. *Thermodynamics and statistical mechanics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- Goldman, I. I. OSCILLATIONS OF A DEGENERATE ELECTRON FERMI GAS. *ZHURNAL EKSPERIMENTALNOI I TEORETICHESKOI FIZIKI* 17, no. 8 (1947): 681-685.

- HAAS, F., P. K. SHUKLA, and B. ELIASSON. "Nonlinear Saturation of the Weibel Instability in a Dense Fermi Plasma." *Journal of Plasma Physics* 75, no. 2 (2009): 251–58.
doi:10.1017/S0022377808007368.
- Haensel, Paweł, Aleksander Yu Potekhin, and Dmitry G. Yakovlev. *Neutron stars 1: Equation of state and structure*. Vol. 326. Springer Science & Business Media, 2007.
- Hatsopoulos, George N., and Elias P. Gyftopoulos. *Thermionic energy conversion*. (1973).
- Iqbal, Z., A. Hussain, G. Murtaza, and N. L. Tsintsadze. On the ordinary mode and whistler mode instabilities in the degenerate anisotropic plasmas. *Physics of Plasmas* 21, no. 3 (2014): 032128.
- Karpman, Vladimir Iosifovich. *Non-linear waves in dispersive media: International series of monographs in natural philosophy*. Vol. 71. Elsevier, 2016.
- Kelly, Don C. Dielectric tensor for a quantum plasma. *Physical Review* 134, no. 3A (1964): A641.
- Klimontovich, Y. L., and V. P. Silin. O SPEKTRAKH SISTEM VZAIMODEISTVUYUSHCHIKH CHASTITS. *ZHURNAL EKSPERIMENTALNOI I TEORETICHESKOI FIZIKI* 23, no. 2 (1952): 151-160.
- Korteweg, Diederik Johannes, and Gustav De Vries. XLI. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 39, no. 240 (1895): 422-443.
- Landau, Lev Davidovich, and Evgenii Mikhailovich Lifshitz. *Quantum mechanics: non-relativistic theory*. Vol. 3. Elsevier, 2013.
- Landau, L. D., E. M. Lifshitz, and Linda E. Reichl. *Statistical physics, part 1*. *Physics Today* 34, no. 1 (1981): 74.
- Landstreet, John Darlington. Synchrotron radiation of neutrinos and its astrophysical significance. *Physical Review* 153, no. 5 (1967): 1372.
- Lifshitz, I. M., and V. G. Peschanskii. Galvanomagnetic characteristics of metals with open Fermi surfaces. II. *Sov. Phys. JETP* 11, no. 1 (1960): 137-141.
- Lifshitz, Evgenii Mikhailovich, and Lev Petrovich Pitaevskii. *Statistical physics: theory of the condensed state*. Vol. 9. Elsevier, 2013.
- Lindsay, Stuart. *Introduction to nanoscience*. Oxford University Press, 2010.
- Lipunov, V. M. *Neutron star astrophysics*. (1987).

- Mo, Y. C., R. A. Kishek, D. Feldman, I. Haber, B. Beaudoin, P. G. O'Shea, and J. C. T. Thangaraj. Experimental observations of soliton wave trains in electron beams. *Physical review letters* 110, no. 8 (2013): 084802.
- Munson, Bruce Roy, Theodore Hisao Okiishi, Wade W. Huebsch, and Alric P. Rothmayer. *Fluid mechanics*. Singapore: Wiley, 2013.
- Murphy, Edward Leo, and R. H. Good Jr. Thermionic emission, field emission, and the transition region. *Physical review* 102, no. 6 (1956): 1464.
- Peradze, G. M., and N. L. Tsintsadze. Solitons in normal Fermi liquid. *Low Temperature Physics* 45, no. 1 (2019): 103-106.
- Rasheed, A., G. Murtaza, and N. L. Tsintsadze. Nonlinear structure of ion-acoustic waves in completely degenerate electron-positron and ion plasma. *Physical Review E* 82, no. 1 (2010): 016403.
- Rao, N. N., P. K. Shukla, and M. Yu Yu. Dust-acoustic waves in dusty plasmas. *Planetary and space science* 38, no. 4 (1990): 543-546.
- Shah, H. A., W. Masood, M. N. S. Qureshi, and N. L. Tsintsadze. Effects of trapping and finite temperature in a relativistic degenerate plasma. *Physics of Plasmas* 18, no. 10 (2011): 102306.
- Shapiro, Stuart L., and Saul A. Teukolsky. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. John Wiley & Sons, 2008.
- Sharma, S. K., A. Boruah, and H. Bailung. Head-on collision of dust-acoustic solitons in a strongly coupled dusty plasma. *Physical Review E* 89, no. 1 (2014): 013110.
- Shoenberg, David. *Magnetic oscillations in metals*. Cambridge university press, 2009.
- Shubnikov L. W. de Hass W. J. *Proc. Netherlands Roy. Acad. Sci.* 33 (1930) 1130
- Shukla, Padma K., and Bengt Eliasson. Nonlinear aspects of quantum plasma physics. *Physics-Uspekhi* 53, no. 1 (2010): 51
- Spindt, C. A., I. Brodie, L. Humphrey, and E. R. Westerberg. Physical properties of thin-film field emission cathodes with molybdenum cones. *Journal of Applied Physics* 47, no. 12 (1976): 5248-5263.
- Tsintsadze, Nodar L., and Davit M. Alkhanishvili. Quasilinear theory of quantum Fermi liquid. *Low Temperature Physics* 42, no. 12 (2016): 1071-1074.
- Tsintsadze, Levan N. Quantization and excitation of longitudinal electrostatic waves in magnetized quantum plasmas. In *AIP Conference Proceedings*, vol. 1306, no. 1, pp. 89-102. American Institute of Physics, 2010.

- Tsintsadze, Levan N. Weibel instabilities in a completely degenerate electron Fermi gas. *Physics of plasmas* 16, no. 9 (2009): 094507.
- Tsintsadze, N. L., H. A. Shah, M. N. S. Qureshi, and M. N. Tagviashvili. Properties of solitary ion acoustic waves in a quantized degenerate magnetoplasma with trapped electrons. *Physics of Plasmas* 22, no. 2 (2015): 022303.
- Tsintsadze, Levan N., and P. K. Shukla. Weibel instabilities in dense quantum plasmas. *Journal of plasma physics* 74, no. 4 (2008): 431-436.
- Tsintsadze, Nodar L., and Levan N. Tsintsadze. Collective modes in quantum Fermi liquid 982-984. *Fizika Nizkikh Temperatur* 37, no. 9/10 (2011): 982-984.
- Tsintsadze, Nodar L., and Levan N. Tsintsadze. Cooling of a Fermi quantum plasma. *The European Physical Journal D* 68, no. 5 (2014): 1-6.
- Tsintsadze, LEVAN N., and NODAR L. Tsintsadze. "Excitation of Longitudinal Waves in a Degenerate Isotropic Quantum Plasma." *Journal of Plasma Physics* 76, no. 3-4 (2010): 403-8. doi:10.1017/S0022377809990687.
- Tsintsadze, LEVAN N., and NODAR L. Tsintsadze. *From Leonardo to ETER: Nonlinear and Coherence Aspects* New York. (1987)
- Tsintsadze, N. L., and L. N. Tsintsadze. Novel quantum kinetic equations of the Fermi particles. *EPL (Europhysics Letters)* 88, no. 3 (2009): 35001.
- Tsintsadze, Nodar L., Levan N. Tsintsadze, A. Hussain, and G. Murtaza. New longitudinal waves in electron-positron-ion quantum plasmas. *The European Physical Journal D* 64, no. 2 (2011): 447-452.
- Wang, Yuwei, Li Fang, Li Xiang, Gongtao Wu, Yi Zeng, Qing Chen, and Xianlong Wei. On-chip thermionic electron emitter arrays based on horizontally aligned single-walled carbon nanotubes. *IEEE Transactions on Electron Devices* 66, no. 2 (2019): 1069-1074.
- Whitham, Gerald Beresford. *Linear and nonlinear waves*. Vol. 42. John Wiley & Sons, 2011.
- Wolff, L. R., W. B. Veltkamp, J. M. W. M. Schoonen, and H. A. M. Hendriksen. Thermionic energy conversion: specialist conference Eindhoven, The Netherlands October 11-12, 1989: proceedings. (1990)
- Yaghoobi, Parham, Mehran Vahdani Moghaddam, and Alireza Nojeh. "Heat trap": Light-induced localized heating and thermionic electron emission from carbon nanotube arrays. *Solid State Communications* 151, no. 17 (2011): 1105-1108.
- Zilberman P. E. *Sov. J. Solid State Physics* 12 1697 (1970)